

〔特集〕 注目研究 in 年会 2015

格子幅自己認識型 SGS モデルによる一様等方性乱流の LES

*,**東京大学大学院 工学系研究科	福島直哉†
東京工業大学大学院 理工学研究科	中吉嗣
東京工業大学大学院 理工学研究科	平岡克大
東京工業大学大学院 理工学研究科	志村祐康
東京工業大学大学院 理工学研究科	店橋護
明治大学 研究・知財戦略機構	宮内敏雄

A Scale Self-Recognition Mixed SGS Model in Large Eddy Simulation of Homogeneous Isotropic Turbulence

Naoya FUKUSHIMA, Frontier Research Center for Energy and Resources, The University of Tokyo

Yoshitsugu NAKA, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology

Katsuhiro HIRAOKA, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology

Masayasu SHIMURA, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology

Mamoru TANAHASHI, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology

Toshio MIYAUCHI, Organisation for the Strategic Coordination of Research and Intellectual Property, Meiji University

1 緒論

計算機のハードウェアおよびソフトウェアの発達にともない、熱流体機器の設計・最適化において、ラージ・エディ・シミュレーション(LES)が導入されつつある。LESの精度はサブグリッドスケール(SGS)モデルに強く依存するため、高精度 SGS モデルの開発が求められている。高精度 SGS モデルの開発には、乱流中の階層構造における GS-SGS 間エネルギー輸送機構の解明が重要である。乱流中にはスケールの異なる種々の渦構造が階層的に存在し、大きなスケールの渦から小さなスケールの渦へとエネルギーの流れが生じていると考えられている。しかし、その詳細な機構は未だ解明されていない。

著者らは高レイノルズ数一様等方性乱流(HIT)の直接数値計算(DNS)結果にスケール分離を施し、平

均化された GS-SGS 間エネルギー輸送への Leonard 項, cross 項及び Reynolds 項による寄与は、フィルター幅とコルモゴロフ・スケールの比にのみ依存し、レイノルズ数にはほとんど依存しないこと、GS-SGS 間エネルギー輸送への寄与は、フィルター幅がコルモゴロフ・スケールの 30 倍以下の場合 cross 項が支配的であり、30 倍以上の場合 Reynolds 項が支配的であることを明らかにしている¹⁾。また、既存のモデル²⁻⁶⁾を評価し、Reynolds 項に対する SGS モデルとして、Smagorinsky モデル²⁾はフィルター操作が慣性小領域で施される場合には DNS 結果と最も高い相関を示し、Smagorinsky 係数はフィルター幅とコルモゴロフ・スケールの比の関数であること、cross 項に対する SGS モデルとして、Bardina モデル⁶⁾は DNS 結果と比較的高い相関を示すことを明らかにした。さらに、局所平衡の仮定及び Smagorinsky モデルの導入により、フィルター幅とコルモゴロフ・スケールの比を予測し、モデル係数を決定する格子幅自己認識型 SGS モデル(Scalable Self-Recognition Mixed SGS Model, SSRM)を提案した⁷⁾。

*〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

**現所属：東京理科大学 工学部

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

† E-mail: fukushima@rs.tus.ac.jp

本研究では、一様等方性乱流を対象として、格子幅自己認識型 SGS モデルの静的・動的評価を行い、そのモデルの有効性を明らかにすることを目的とする。

2 一様等方性乱流の DNS データベース

表 1 にこれまでに構築した一様等方性乱流の DNS データベース^{8,9)}の一部を示している。ここで、 Re_λ はテイラーマイクロスケール λ に基づくレイノルズ数である。空間離散化には全方向に対してフーリエ・スペクトル法を、時間積分には低記憶容量型 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いている。境界条件には周期境界条件が適用されている。本研究では、一様等方性乱流の DNS データベースに対して Gaussian フィルター及び sharp cutoff フィルターを波数空間上で適用し、速度場のスケール分離を行った。

3 格子幅自己認識型 SGS モデル

格子幅自己認識型 SGS モデル⁷⁾において、SGS 応力 τ_{ij} は以下の式で表される。

$$\tau_{ij} = \left(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \right) + \left(\overline{u_i} (\overline{u_j} - \overline{u}_j) + \overline{u_j} (\overline{u_i} - \overline{u}_i) \right) + \left(-2(C_S \Delta)^2 \left| \overline{S} \right| \overline{S}_{ij} \right) \quad (1)$$

$$C_S = C_\infty \left\{ 1 - \alpha e^{-\beta(\Delta/\eta)} \right\} \quad (2)$$

$$\Delta / \eta = a \left(2\Delta^6 \left\langle \left| \overline{S} \right| \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij} \right\rangle \nu^3 \right)^b \quad (3)$$

ここで、 \overline{u}_i , \overline{S}_{ij} は速度ベクトル、ひずみ速度テンソルの GS 成分、 Δ , η はフィルター幅およびコルモゴロフ

Table 1 DNS database of homogeneous isotropic turbulence. Re_λ : Reynolds number based on λ , Re_{l_E} : Reynolds number based on l_E , N^3 : total grid number, l_E : integral length scale, L/l_E : ratio of computational domain to l_E , S_u and F_u : skewness and flatness factors of longitudinal velocity derivative, u' .

Re_λ	Re_{l_E}	N^3	L/l_E	S_u	F_u
175.4	1518.5	512 ³	6.39	-0.536	6.25
222.7	2087.6	640 ³	6.63	-0.534	6.34
256.1	2899.1	800 ³	6.36	-0.538	6.47
287.6	3694.1	960 ³	6.47	-0.564	6.97
344.1	4575.7	1280 ³	6.48	-0.567	7.20
393.8	5779.4	1536 ³	6.19	-0.554	7.52

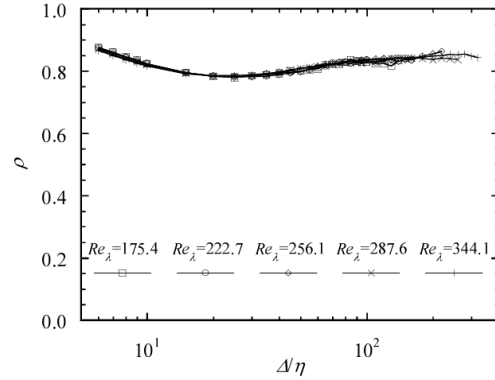


Fig. 1 Dependences of correlation coefficient between total GS-SGS energy transfer obtained from DNS and predicted by the present SGS model (SSRM) on filter-width in HIT.

スケールである。 α , β および a , b はモデル定数であり、本研究では一様等方性乱流の DNS データを用いて、それらの値は決定された⁷⁾。Leonard 項は直接計算が可能であり、cross 項には Bardina モデルを適用した。Reynolds 項については Smagorinsky モデルを用いるが、Smagorinsky 係数(C_S)は定数ではなく Δ/η の関数である。

高レイノルズ数一様等方性乱流において、 C_S はレイノルズ数に依存せず、 Δ/η のみの関数であり、 Δ/η とともに増加し、 $C_\infty = 0.15$ に漸近する⁷⁾。この値は一様等方性乱流の LES で一般的に用いられる Smagorinsky 係数の値である 0.2 に比べて小さいが、これは本モデルでは Smagorinsky モデルは Reynolds 項のみに対するモデルとして評価されているためである。

4 格子幅自己認識型 SGS モデルの静的・動的評価

4.1 静的評価

図 1 は DNS 結果より得られた厳密な全 GS-SGS 間エネルギー輸送と格子幅自己認識型 SGS モデルによる予測値との間の相関係数のフィルター幅に対する依存性を示している。全エネルギー輸送に対する各エネルギー輸送項の寄与はフィルター幅がコルモゴロフ・スケールの 30 倍以下では cross 項が、30 倍以上では Reynolds 項が支配的である¹⁾。一方、cross 項に対する Bardina モデルはフィルター幅が小さい場合に、Reynolds 項に対する Smagorinsky モデルはフィルター幅が大きい場合に DNS 結果と高い相関を示す⁷⁾。結果として、フィルター幅がコルモゴロフ・スケールの 30 倍付近で相関係数がわずかに

低下するものの、本モデルはほとんどのフィルター幅において 0.8 以上の高い相関を示す。

格子幅自己認識型 SGS モデルは、局所的な GS-SGS エネルギー輸送を高い精度で予測可能である。

4.2 動的評価

格子幅自己認識型 SGS モデル(SSRM)の有効性を検証するために、 $Re_\lambda=175.4$ の一様等方性乱流の LES を行った。比較のために、Smagorinsky モデル(SM), Bardina モデル(BM)を適用した LES も同一の初期場を用いて行った。LES の格子幅は $\Delta/\eta_{init}=11.4$ または 22.7 と設定した。これらは DNS の格子幅のそれぞれ 4 倍、8 倍の大きさである。

図 2(a)に、各モデルの動的評価によって得られた乱流エネルギーの時間変化を示す。Smagorinsky モデルの場合、 Δ/η_{init} への依存性は小さいが、計算開始直後に乱流エネルギーの減衰を過大評価し、時間経過とともにその減衰率は小さくなる。 C_s を一様な方向に対して平均操作を加えて求めた dynamic Smagorinsky モデルも同様な傾向を示すことを注記しておく。Bardina モデルによる予測精度は、本計算条件では LES の格子幅に強く依存し、 $\Delta/\eta_{init}=11.4$ の場合は DNS 結果と良く一致した結果を示すが、より大きな Δ/η_{init} では DNS 結果と大きく異なる結果を示す。一方、格子幅自己認識型 SGS モデルは、格子幅に依らず、他のモデルに比べて DNS 結果と良く一致した結果を与える。

乱流エネルギーのスペクトル特性を明らかにするために、図 2(b)に無次元時間 $t=3.0$ における各モデルの LES により予測されたエネルギースペクトルと DNS から得られたエネルギースペクトルを示す。エネルギースペクトルは、エネルギー散逸率 ε と動粘性係数 ν で無次元化されている。LES の格子幅に依らず、Smagorinsky モデルは高波数領域における乱流エネルギーを過小評価する。Bardina モデルは乱流エネルギーを低波数領域において過小評価し、高波数領域において過大評価する。この傾向は $\Delta/\eta_{init}=22.7$ の場合に特に強い。一方、格子幅自己認識型 SGS モデルは、エネルギースペクトル特性についても他のモデルに比べて、DNS 結果と整合性の高い結果を与える。

各モデルによる LES における局所予測特性を明らかにするために、無次元時間 $t=3.0$ 、フィルター幅 $\Delta/\eta_{init}=22.7$ における速度一成分の 2 次元平面内の分布を図 3 に示す。比較のため、DNS 結果にスケール分離を施した GS 成分の分布も合わせて示す。

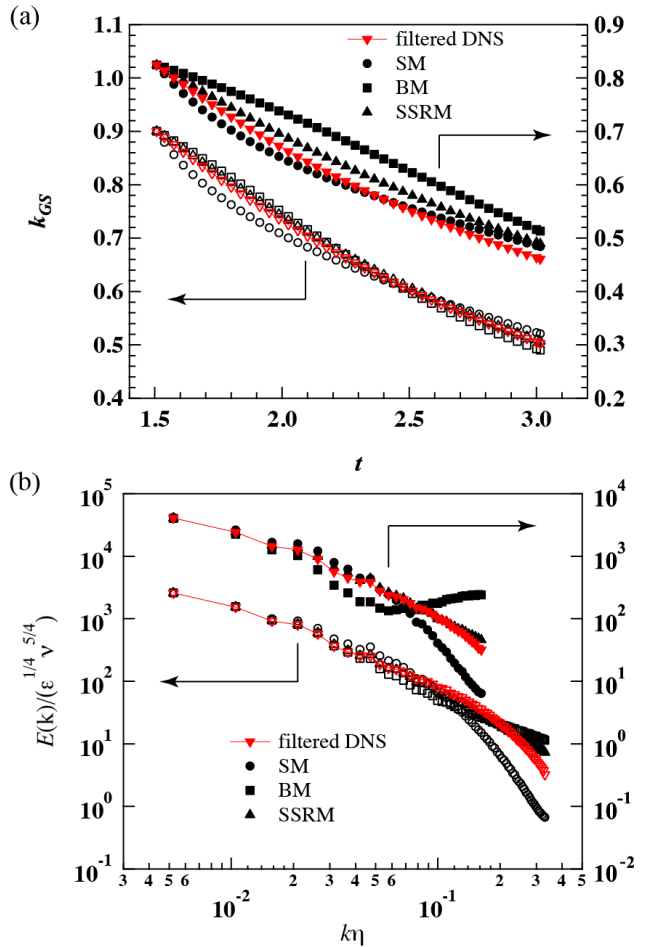


Fig. 2 Temporal history of turbulent kinetic energy (a) and energy spectra of turbulent kinetic energy at $t = 3.0$ (b) at $Re_\lambda = 175.4$ with $\Delta/\eta_{init} = 11.4$ (open) and 22.7 (solid) from filtered DNS and SGS models.

図 2(b)の結果から予測されるように、Smagorinsky モデルの場合、高波数域でのエネルギーが過大に減衰されるため、DNS データに比べて滑らかな速度分布を与える。フィルター幅 $\Delta/\eta_{init} = 22.7$ の場合、Bardina モデルは高波数領域でエネルギーを過大評価するため、格子毎に振動した速度分布を与える。これに対して、格子幅自己認識型 SGS モデルは先の 2 つのモデルに比べて、高波数域においても DNS の結果とよく一致しており、これはこのモデルが GS-SGS 間のエネルギー輸送を正しく表現していることを示している。

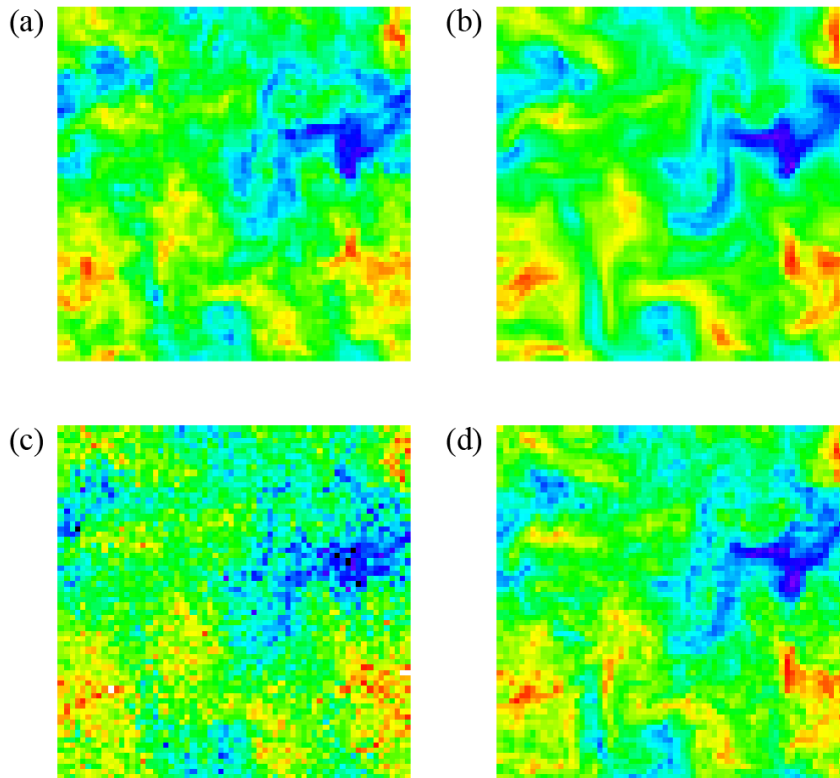


Fig. 3 Instantaneous 2D distributions of one in-plane component of velocity at $t = 3.0$ and $Re\lambda = 175.4$ with $\Delta/\eta_{init} = 22.7$: (a) filtered DNS, (b) Smagorinsky, (c) Bardina and (d) scale self-recognition mixed models.

5 結論

一様等方性乱流を対象とし、フィルター幅とコルモゴロフ・スケールの比を予測し、モデル係数を決定する格子幅自己認識型 SGS モデル(SSRM)の静的・動的評価を行った。Smagorinsky モデル、Bardina モデルに比べ、格子幅自己認識型 SGS モデルは、静的評価において、GS-SGS 間エネルギー輸送についてフィルター幅に依らず DNS 結果と高い相関を与えるとともに、動的評価において乱流の瞬時場、統計量ともに DNS 結果と整合性の高い結果を与えることを明らかにし、本モデルを用いた LES により高精度な予測が可能であることを示した。

引用文献

- 1) 松本, 福島, 志村, 小林, 店橋, 宮内: 高レイノルズ数乱流の GS-SGS 間エネルギー輸送, 第 24 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (2010), pn. C9-4.
- 2) Smagorinsky, J.: General circulation experiments with the primitive equations, *Mon. Weath. Rev.*, 91 (1963), 99-164.
- 3) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H.: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids*, A3 (1991), 1760-1765.
- 4) Lilly, D. K.: A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Phys. Fluids*, A4 (1992), 633-635.
- 5) Kobayashi, H.: The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow, *Phys. Fluids*, 17 (2005), pn. 045104.
- 6) Bardina, J., Ferziger J. H. and Reynolds, W. C.: Improved subgrid scale models for large eddy simulation, *AIAA Paper 80* (1980), No.1357.
- 7) 福島, 松本, 志村, 小林, 店橋, 宮内: 高レイノルズ数乱流の階層構造に基づく SGS モデル, 日本流体力学会年会 2012 講演論文集, (2012), pn. 255.
- 8) Tanahashi, M., Tsukamoto, Y., Iwase, S. and Miyauchi, T.: Coherent fine scale eddies and energy cascade in homogeneous isotropic turbulence, *Proc. Int. Symp. Dynamics and Statistics of Coherent Structures in Turbulence*, (2002), 259-268.
- 9) Tanahashi, M., Fujibayashi, K., and Miyauchi, T.: Fine scale eddy cluster and energy cascade in homogeneous isotropic turbulence, *IUTAM Bookseries*, 4, (2008), 67-72.