

〔特集〕乱流を測る —乱流理解に貢献する計測技術の最前線・課題・展望—

乱流混合・拡散・エネルギー散逸率計測

名古屋大学 大学院工学研究科

酒井 康彦*

名古屋大学 大学院工学研究科

伊藤 靖仁

Measurements of Turbulent Mixing, Diffusion, and Energy Dissipation Rate

*Yasuhiko SAKAI, Graduate School of Engineering, Nagoya University

Yasumasa ITO, Graduate School of Engineering, Nagoya University

*E-mail for correspondence: yasuhiko.sakai@mae.nagoya-u.ac.jp

1 はじめに

気体や液体中で乱流運動により物質が拡散・混合する問題は自然界に数多くみられ、その特性の解明は流体力学の重要な課題となっている。しかしながら、自然界には拡散物質は多くの種類があり、そのすべてを扱うことは困難である。そこで、本稿では、気体の場合、取扱やすいものとして二酸化炭素（以下CO₂と略記する）を例として取り上げ、熱線プローブを用いた乱流中のCO₂ガスの瞬時濃度・速度の同時測定法¹⁾の基礎を解説する。一方、液体については、二次の化学反応場を対象にして、反応物質および生成物質の瞬時濃度の測定に吸光スペクトル法^{2,3)}に基づく光ファイバプローブを、流れ方向瞬時速度の測定にはI型熱膜プローブを用いた濃度・速度同時測定技術について紹介する。また、乱流理論で重要なエネルギー散逸率の実験的算出式について纏めることにする。

2 熱線による気体の濃度・速度同時測定

2.1 熱線流速計出力電圧の予測

電流 I で加熱されている熱線プローブが流速 U の定常な流れの中で熱平衡状態にあれば、次式が成り立つことが知られている。

$$I^2 R_W = \pi l \lambda (T_W - T_0) \text{Nu} \quad (1)$$

ここで、 R_W は熱線の抵抗、 l は熱線の長さ、 λ は気体の熱伝導率、 T_W と T_0 はそれぞれ熱線と気流の温度、 $\text{Nu} = hd/\lambda$

(h : 熱伝達率、 d : 熱線の直径) はヌッセルト数である。ヌッセルト数は様々な無次元数 (例えば、レイノルズ数 $\text{Re} = Ud/\nu$, プラントル数 $\text{Pr} = C_p \mu/\lambda$, 温度加熱比 $\varepsilon_T = (T_W - T_0)/T_0$ など) の関数である。(ここで、 ν は動粘性係数、 μ は通常の粘性係数、 C_p は定圧比熱である。) 現在のところ、すべてのガス-空気混合気に対して有効な Nu の表現は見出されていないが、ここでは、一つの試みとして、Simpson & Wyatt (1973)⁴⁾ による次式を基礎にして議論を進めることにする。

$$\text{Nu} = (T_m/T_0)^{0.17} [0.24\{\text{Pr}/(\text{Pr})_{\text{air}}\}^{0.20} + 0.56\{\text{Pr}/(\text{Pr})_{\text{air}}\}^{0.33}\text{Re}^{0.45}] \quad (2)$$

ここで、 $T_m = (T_W + T_0)/2$ は熱膜平均温度と呼ばれている。また、 Pr , Pr_{air} は温度が T_m のガスと空気のプラントル数を表している。なお、熱線の抵抗 R_W も温度の関数であり、次式で与えられる。

$$R_W = R_0 \{1 + b(T_W - T_0)\} \quad (3)$$

ここで b の値は、タングステンに対し $b = 5.2 \times 10^{-3} [\text{K}^{-1}]$ 、白金に対して $b = 3.5 \times 10^{-3} [\text{K}^{-1}]$ であり、 R_0 は気流温度 T_0 における加熱されていない熱線の抵抗である。加熱電圧を E とすると、式(1),(2),(3)から次式が得られる。

$$E^2 = \pi l \lambda (T_W - T_0) R_0 \{1 + b(T_W - T_0)\} \times [0.24\{\text{Pr}/(\text{Pr})_{\text{air}}\}^{0.20} + 0.56\{\text{Pr}/(\text{Pr})_{\text{air}}\}^{0.33}\text{Re}^{0.45}] \quad (4)$$

この式(4)を用いることで、空気およびCO₂ガス流における熱線の出力を予想することができる。

図1は $T_0 = 288 \text{ K}$ として、 $T_m = 400, 500, 600 \text{ K}$ の

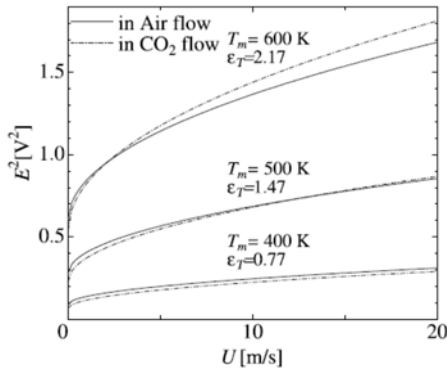


図1 熱線流速計の出力電圧予想結果

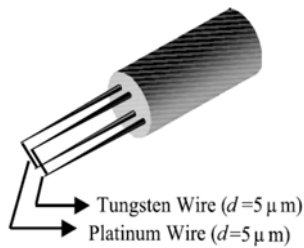


図2 2本式熱線プローブ

場合の熱線流速計出力電圧 E の二乗値 E^2 と流速 U の関係を式 (4) より計算した結果を示す。ただし、必要な物性値 (λ と Pr) は、熱膜平均温度 T_m における値を用いた⁵⁾。このとき、 T_w は 512, 712, 912 K であり、加熱比 ϵ_T はそれぞれ 0.78, 1.47, 2.17 に相当する。また、熱線は長さ $l = 1$ mm, 直径 $d = 5$ μm , 零抵抗 $R_0 = 5.4$ Ω の白金線を仮定した。図1において加熱比 ϵ_T が小さい場合、 CO_2 の流れでは空気よりも小さい電圧が予想されている。しかし、加熱比 ϵ_T が大きくなるにつれて、電圧の差が小さくなり、さらには逆転していることが分かる。

2.2 熱線出力の検定実験

ここでは実際に行われた検定実験結果を示す。検定実験は、 CO_2 が室内に充満しないように、専用の風洞内部で行われた¹⁾。風洞中に出口直径 4 mm の較正用ノズルを固定し、これにゴムホースを繋いで空気と CO_2 をこのノズルへと導いた。空気は小型の送風機から別の小型風洞を介してノズルへ送った。 CO_2 ガスは 20, 40, 80, 100% の体積%濃度のボンベから、減圧弁、流量計を通し、室温に近づくようホースを長くしてノズルに送った。実験で用いた熱線プローブは自作したものであり、その概略を図2に示す。熱線には、タングステン線と、高温でも酸化しにくい白金線の二種類(ともに線径 $d = 5$ μm ,

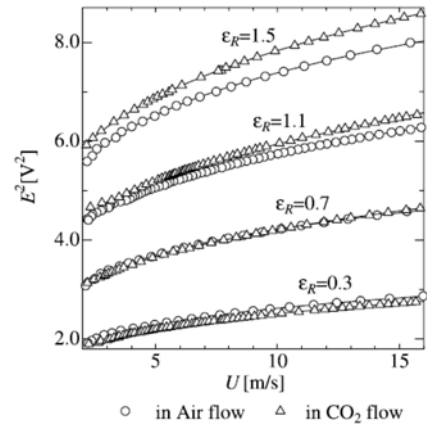


図3 加熱比および気種による熱線出力の変化

受感部長さ約1 mm) を用いた。なお、2本の熱線の間隔はおよそ0.5 mmである。白金線を用いた出力電圧の二乗値 E^2 と流速 U の関係の加熱比による変化を調べた結果を図3に示す。ただし、図中の ϵ_R は抵抗に基づいた加熱比 $\epsilon_R = (R_w - R_0)/R_0$ であることに注意されたい。容易にわかるように、 ϵ_R と ϵ_T の間には $\epsilon_T = \epsilon_R/(bT_0)$ の関係がある。前節で予想した図1と比較すると、電圧は回路によって増幅されているので全体的に大きい値になっている。しかし、加熱比が小さい場合は空気の方が CO_2 流中よりも電圧が高く、加熱比が大きくなるにつれ

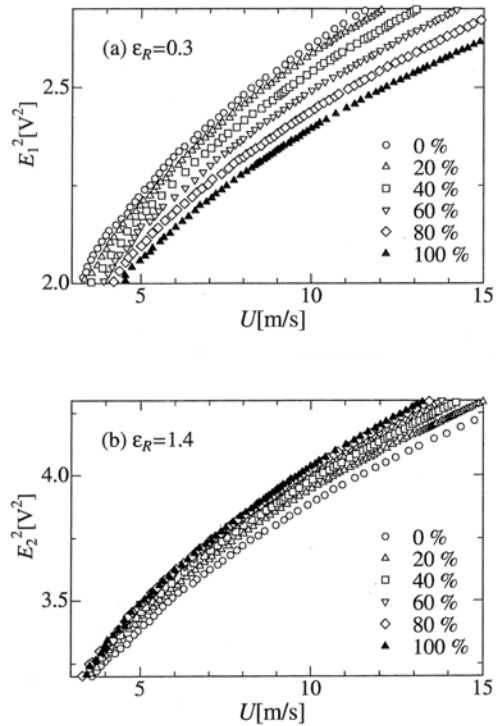


図4 CO_2 -空気混合ガスでの較正結果 (a) $\epsilon_R = 0.3$, (b) $\epsilon_R = 1.4$

て、その大小関係が逆転するという定性的な部分では予想通りとなった。

図 4(a), (b)は、CO₂ と空気の混合気中での電圧の変化を調べた結果である。(a)のグラフは加熱比 ε_R が 0.3 の場合、(b)のグラフは加熱比 ε_R が 1.4 の場合である。これらのグラフから分かるように、混合気中の出力電圧は空気中と CO₂ 中の曲線の間であり、濃度が上がるにつれて、(a)のグラフでは徐々に下がり、(b)のグラフでは徐々に上がることが確認できる。

2.3 濃度・速度同時測定用較正図の作成

図 5 は、図 4(a), (b)に描かれていたデータを、低加熱比の熱線の電圧二乗値 E_1^2 を横軸に、高加熱比の電圧二乗値 E_2^2 を縦軸としてまとめ直したものである。実線は等濃度線である。また、破線は等速度線である。 E_1, E_2 共に、速度が上がれば電圧が高くなるため、各等濃度線は右上がりとなる。しかしながら、速度が同じままで CO₂ の濃度が上がった場合、 E_1 は下がるが、逆に E_2 は上がるため、等速度線は左上がりとなっている。これは空気流中と CO₂ 流中の較正曲線の大小関係が逆になっているために起こることである。容易に分かるように、この図上では、一つの電圧のペア(E_1^2, E_2^2)に対して濃度と速度が一意的に決定できる。したがって、実際に濃度・速度測定を行おうとする際、予めこの図を求めておけば、瞬時の電圧(E_1^2, E_2^2)という座標における濃度と速度がこの図から求まる。これが、今回紹介する濃度・速度同時測定法のアイデアである。図 5 は、濃度・速度測定の較正用の図となるので、“Calibration Map (較正図)”と呼ばれる。実際には、パラメトリックスプラインによる曲面補間法⁹⁾を用いて、瞬時電圧データ(E_1^2, E_2^2)に対応する濃度と速度を計算することが出来る。具体的な測定例については、たとえば文献 1)を参照されたい。

以上、CO₂ と空気の混合気について濃度と速度の同時測定法について紹介したが、ここで示された方法は CO₂ 以外の気体(例えばアルゴン、ネオン、一酸化炭素など)に対しても応用可能⁷⁾と考えられ、今後の発展が期待される。

3 液体中での速度/濃度同時測定

本節では、液体中で二つの物質を別々に含んだ二つの流れが乱流運動により混合されながら化学反応する現象を対象にして、液体の速度と液体に含まれる物質の濃度を同時測定する手法と測定例について紹介する。

3.1 化学反応と流れ場

本稿で対象とする化学反応は Bourne⁸⁾により基本的

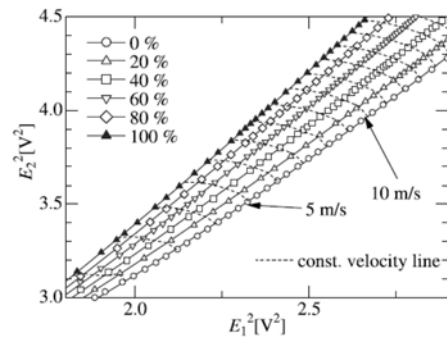


図 5 濃度・速度測定の較正用の図
(Calibration Map)

な性質が調べられている連続競争反応の第一反応であり、次式で与えられる二次のオーダーの化学反応である。



ここで、物質Aは1-ナフトール、物質Bはジアゾベンゼンスルホン酸、物質Rはモノアゾ染料(赤色)であり、今回紹介する実験条件ではこの反応速度定数は、 $k = 12,000 \text{ m}^3/(\text{mol} \cdot \text{s})$ である。また、物質Bを含む溶液を主流とし、そこに物質Aを含む溶液を二次元噴流として噴出する。ただし、式(5)で示した反応の反応速度にはpHが影響する。そこでpHを一定(ここでは、pH=10に設定)に保つため、緩衝塩として炭酸ナトリウムと炭酸水素ナトリウムを噴流中に加える。さらに化学反応に影響を与えない保存スカラーと見なされる物質C(青色)を含ませる。ここで、物質CはAcid Blue 9 (C.I.42090)である。本手法では、物質Rと物質Cの濃度を次節で紹介する吸光スペクトル法²⁾により同時測定し、保存スカラー理論⁹⁾を利用することにより、物質A, B, Rの全ての濃度を決定する。

3.2 吸光スペクトル法^{2,3)}による濃度測定原理

今回は吸光物質である物質Rと物質Cの瞬時濃度を吸光スペクトル法による多成分変動濃度計²⁾を用い、同時測定する。単成分の吸光物質を含む溶液に波長 λ の光を入射したとき、光強度の変化はBeer-Lambertの法則により次式で表される。

$$-\ln \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} = \alpha(\lambda) l \tilde{I} \quad (6)$$

ここで、 $I_0(\lambda)$ は検査部(長さ l)への入射光強度、 \tilde{I} は検査部を通過した瞬時の透過光強度、 \tilde{I} は検査部中の物質の瞬時濃度、 α は比例定数で λ の関数である。ここで、吸光スペクトル $\tilde{P}(\lambda)$ と吸光係数 $k(\lambda)$ を次式のように定義する。

$$\tilde{P}(\lambda) = -\ln \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} \quad (7)$$

$$k(\lambda) = \alpha(\lambda) l \quad (8)$$

式(7), (8)を用いると、式(6)より、 $\tilde{P}(\lambda)$ と $k(\lambda)$ の間

に次式のような線形関係が成立する.

$$\bar{P}(\lambda) = k(\lambda)\bar{I} \quad (9)$$

溶液が多成分の物質を含む場合, その吸光スペクトル値は, 各成分が単独に存在するときの吸光スペクトル値の和になる. 今回の実験では二成分の濃度を同時測定するので, 二つの波長 λ_1, λ_2 の光を用いる. その場合, Beer-Lambert の法則より, 波長 λ_1, λ_2 に対する混合溶液の吸光スペクトル値は次式で表すことができる.

$$\bar{P}(\lambda_1) = -\ln \frac{I(\lambda_1)}{I_0(\lambda_1)} = k_R(\lambda_1)\bar{I}_R + k_C(\lambda_1)\bar{I}_C \quad (10a)$$

$$\bar{P}(\lambda_2) = -\ln \frac{I(\lambda_2)}{I_0(\lambda_2)} = k_R(\lambda_2)\bar{I}_R + k_C(\lambda_2)\bar{I}_C \quad (10b)$$

ここで, 添字 R と C は, 各々物質 R と C に対する値を示す. したがって, 各波長 λ_1, λ_2 に対する吸光係数 k_R, k_C をあらかじめ検定により決めておけば, 混合液の瞬時吸光スペクトル値 $\bar{P}(\lambda_1), \bar{P}(\lambda_2)$ を吸光濃度計で測定し, 式(10a, b)を解くことにより二成分瞬時濃度を求めることができる.

図6に濃度測定システム全体図を示す. 光源であるハロゲンランプから出た光は光ファイバにより伝送され, 測定部に導入される. 測定部で物質の濃度に応じて光が吸収され, その後, 再び別の光ファイバによって受光, 伝送され, 分光器によって三つの波長に分光された後, 光電子増倍管により電圧に変換される. ただし, 今回は二成分測定なので, 二つの波長 $\lambda_1 = 520 \text{ nm}, \lambda_2 = 600 \text{ nm}$ のみ使用する. その後, 電圧信号はADコンバーターによりデジタル信号に変換され, パーソナルコンピュータに記録される. 今回使用した光ファイバのコア径は 0.5 mm , 光ファイバ間の距離 (検査部の長さ l に対応する) は 0.7 mm である.

3.3 保存スカラー理論

本測定法では, Bilger ら⁹⁾の方法に基づいて反応場に保存スカラー理論を適用し, 対象となる二次反応に関わる全ての成分の濃度を測定する. 保存スカラー理論より, 物質A, Bの濃度は次式により求められる.

$$\bar{I}_A = \xi \Gamma_{A0} - \bar{I}_R \quad (11)$$

$$\bar{I}_B = (1 - \xi)\Gamma_{B0} - \bar{I}_R \quad (12)$$

ここで, Γ_{A0}, Γ_{B0} はそれぞれ物質A, Bの初期濃度である. また, ξ は混合分率と呼ばれ, 化学反応の影響を受けない保存スカラーである. 混合分率は物質Cの濃度 \bar{I}_C と初期濃度 Γ_{C0} を用いて次式で定義される.

$$\xi = \bar{I}_C / \Gamma_{C0} \quad (13)$$

吸光スペクトル法により測定した物質Cと物質Rの瞬時濃度と式(11), (12)より, 直接測定できない物質Aと物質Bの瞬時濃度を算出する. さらに式(11), (12)

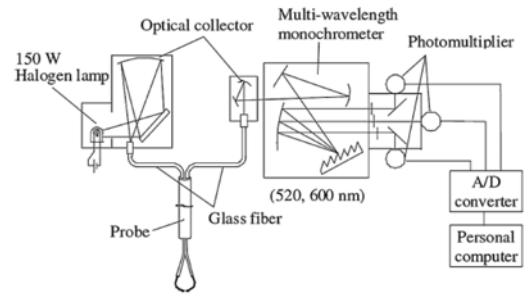


図6 濃度測定システム全体図

から次式で表される保存則を導くことができる.

$$\frac{\bar{I}_A}{\Gamma_{A0}} + \frac{\bar{I}_B}{\Gamma_{B0}} + \frac{\bar{I}_R}{\Gamma_{R0}} = 1 \quad (14)$$

ここで物質Rの代表濃度 Γ_{R0} は次式で定義される.

$$\Gamma_{R0} = \frac{\Gamma_{A0}\Gamma_{B0}}{\Gamma_{A0} + \Gamma_{B0}} \quad (15)$$

3.4 二次元液相噴流中における二次の化学反応場での濃度・速度同時測定

図7(a)に本研究で対象とした二次元噴流の概略図を示す. 前述したように噴流溶液に物質A, 緩衝塩, 保存スカラーである物質Cを, 主流溶液に物質Bを含ませて行った. 各物質の初期濃度をそれぞれ, $\Gamma_{A0} = 0.4 \text{ mol/m}^3, \Gamma_{B0} = 0.2 \text{ mol/m}^3, \Gamma_{C0} = 0.1 \text{ kg/m}^3$ とした. このとき, 式(15)より計算できる物質Rの代表濃度 Γ_{R0} は, $\Gamma_{R0} = 0.133 \text{ mol/m}^3$ となる. 主流流速 U_M と噴流出口流速 U_J はそれぞれ, $0.073 \text{ m/s}, 1.29 \text{ m/s}$ とした. 噴流出口流速と主流流速の差に基づくレイノルズ数 $Re = (U_J - U_M)d/\nu$ は約2,200, ダムケラー数 $Da = k(\Gamma_{A0} + \Gamma_{B0})d/(U_J - U_M)$ は約11.8である. ここで, d は噴流出口のスリット幅であり, $d = 2 \text{ mm}$ である. 座標軸は噴流出口断面の中心を原点とし, 流れ方向に x 軸, 噴流の広がり方向に y 軸をとった. 今回の実験では, 図7(b)に示すように, 光ファイバプローブとI型熱膜プローブから構成される複合プローブを用いて, 反応物質濃度と流れ方向速度の同時計測を

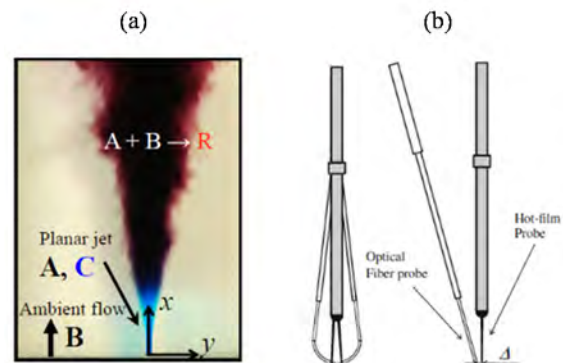


図7 (a)二次元噴流反応場, (b) 濃度・速度同時測定用複合プローブの概略図

行った。I型熱膜プローブはTSI製MODEL 1210-20-Wを用いた。この熱膜プローブの受感部は白金製の円筒形で、受感部の直径は50.8 μm、長さは1.02 mmである。両プローブ間の距離はΔ = 0.4 mmである。

図8に流れ方向物質フラックスの中心線上における変化を示す。図中には比較のため、保存スカラー理論⁹⁾より導出できる無反応極限および瞬間反応極限の値が示されている。縦軸は物質A, Bの初期濃度あるいは物質Rの代表濃度と噴流出口流速と主流流速の差で無次元化してある。物質Aの物質フラックスは化学反応の影響により、噴流出口付近では無反応極限の値に比べて大きい値となり、下流では無反応極限の値に比べて小さい値となる。物質Bの物質フラックスは逆の傾向を示し、噴流出口付近では無反応極限の値に比べて0に近い値となるが、下流では無反応極限の値に比べて負に大きい値となる。生成物質Rの物質フラックスは、噴流出口付近で負の値となり、噴流の下流では正の値となる。このように化学反応が物質フラックスに対して与える影響が噴流出口付近と、噴流の下流の領域との間で異なっている理由については、噴流出口付近と噴流の下流や外縁部付近では反応速度が大きくなる条件が異なることから説明できるが、詳細は文献 3) を参照されたい。

以上、二次元液相噴流の二次の化学反応場について物質の濃度と速度を同時測定する手法について紹介したが、濃度測定の手法である吸光スペクトル法自体は、使用する波長の数を増やせば、三成分以上の物質の濃度測定¹⁰⁾にも可能であり、また光源に半導体レーザー等を用いればさらなる分解能の向上¹¹⁾が期待できる。

4. 乱流エネルギー散逸率の算出

乱流の減衰挙動やエネルギー散逸は、乱流研究の中で最も古典的な課題の一つであり、実験・シミュレーションを問わず数多くの研究がなされてきた。また近年では、乱流レイノルズ数の比較的高い乱流でも乱流エネルギーの散逸係数が一定とならない、すなわちエネルギー収支がバランスしない非平衡的な性質を示す乱流についての

議論が活発に行われている¹²⁾。今回のテーマは乱流エネルギー散逸そのものではないためその詳細については割愛するが、ここで重要なのは、エネルギー散逸率εを直接的に算出するためには、式(16)から明らかのように、3方向速度の空間微分量(または Taylor の凍結乱流の仮定を用いることを前提に時間微分量)が必要なことである。

$$\begin{aligned} \varepsilon = \nu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

ここで、νは動粘性係数、u, v, wはそれぞれx, y, z方向に対する速度変動成分であり、上付きバーは時間平均を表す。実験において複数成分速度の空間こう配を同時に精度よく計測するのは極めて困難であり^{13,14)}、ほとんどの場合で微分統計量の算出には何らかの仮定を適用せざるを得ない。最も一般的なのは、局所等方性の仮定である¹⁵⁾。詳細は紙面の都合上省略するが、この仮定により、

$$\varepsilon = 15 \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \quad (17)$$

となる。この手法は、例えばI型熱線流速計などから得られた速度1成分の時系列データのみから散逸率を計算できることから、多くの研究で採用されている。しかし、局所等方性はよほど乱流レイノルズ数が高くない限り成り立たないことが多くの研究で指摘されている^{16,17)}。

そこで等方性ではなく一様性が近似できる場合を考える。またこれ以降、非圧縮性流体のみを対象とする。このとき、

$$\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \quad (18)$$

などが成り立つため、結果として

$$\begin{aligned} \varepsilon = \nu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (19) \end{aligned}$$

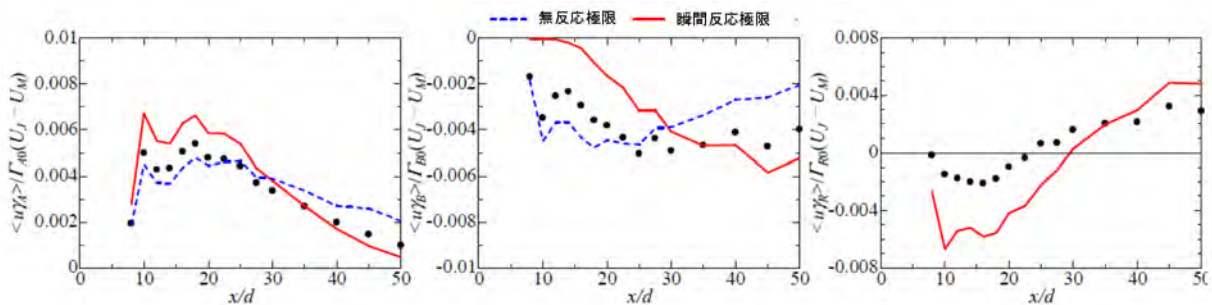


図8 反応物質 A, B および生成物質 R の流れ方向物質フラックスの中心線上変化

と表される。DNS による結果ではあるが、この近似は角柱後流流れで成り立つことが示されている¹⁸⁾。なお、かつて式(19)は等方性が満たされる場合に成り立つと考えられていたが、実際に必要な条件は一様性である¹⁹⁾。

さらに少し条件を緩和し、局所軸対称性を仮定できる場合を考える。ここでは x 方向を軸として $y-z$ 断面上で軸対称性が成り立つとする。この場合には

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}, \quad \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2} \quad (20a)$$

$$\overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2}, \quad \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2} \quad (20b)$$

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = \frac{1}{3} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (20c)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{6} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} - \frac{1}{3} \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (21a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \quad (21b)$$

とすることができるため、導出過程は省略するが

$$\varepsilon = \nu \left[\frac{5}{3} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} + 2 \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} + 2 \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} + 8 \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \right] \quad (22)$$

あるいは

$$\varepsilon = \nu \left[-\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} + 2 \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} + 2 \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} + 8 \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} \right] \quad (23)$$

となる¹⁷⁾。上式は、二次元噴流場や軸対称噴流場、円柱後流流れ、完全発達したチャンネル流れに対して成り立つことが報告されている¹⁸⁾。

引用文献

- 1) Sakai, Y., Watanabe, T., Kamohara, S., Kushida, T., Nakamura, I.: Simultaneous Measurements of concentration and velocity in a CO₂ jet issuing into a grid turbulence by two-sensor hot-wire probe, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 22-3(2001), 227-236.
- 2) 酒井康彦, 中村育雄, 角田博之, 櫛田武広: 吸光スペクトル法によるファイバ型多成分変動濃度計の開発に関する研究, 日本機械学会論文集 B 編, 56-522 (1990), 518-523.
- 3) Watanabe, T., Sakai, Y., Nagata, K., Terashima, O., Kubo, T.: Simultaneous measurements of reactive scalar and velocity in a planar liquid jet with a second-order chemical reaction, *Experiments in Fluids*, 53-5 (2012), 1369-1383.
- 4) Simpson, R.L. and Wyatt, W.G.: The behavior of hot-film anemometers in gas, *J. Phys. E*, 6 (1973), 981-987.
- 5) 伝熱工学資料-改訂第4版(日本機械学会出版, 1986) 328-329.
- 6) 菅野敬佑, 吉村和美, 高山文雄: C によるスプライン関数, (東京電気大学出版局, 1993) 68-98.
- 7) 酒井康彦, 渡辺貴勇, 蒲原覚, 櫛田武広: 気体の濃度及び速度の同時測定法, 及び測定用プローブ, 特許広報 (B2), 特許第 3353069 号, 発行日 2002 年 12 月 3 日, 日本国特許庁
- 8) Bourne, J. R., Hilber, C. and Tovstiga, G.: Kinetics of the azo coupling reactions between 1-naphthol and diazotised sulphanilic acid, *Chemical Engineering Communications*, 37 (1985) 293-314.
- 9) Bilger, R. W., Saetran, L. R. and Krishnamoorthy, L. V.: Reaction in a scalar mixing layer, *J. Fluid Mech.*, 233 (1991) 211-242.
- 10) 久保貴, 武村盛博, 古川裕之: 吸光スペクトル法による多成分変動濃度同時測定システムの開発—レーザーダイオードを用いた 3 成分濃度測定—, 実験力学, 16-1(2016) 71-76.
- 11) Naito, T., Watanabe, T., Sakai, Y., Nagata, K., Ito, Y.: Concentration measurement in a planar liquid jet with a chemical reaction by using the improved concentration measurement system based on the light absorption spectrometric method, *J. Fluid Sci. & Tech.*, 9-3 (2014) Paper No.14-00191(12 pages).
- 12) Vassilicos, C. J.: Dissipation in Turbulent Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 47(2015) 95-114.
- 13) Wallace, G. M., Foss, J. F.: The measurement of vorticity in turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 27(1995) 469-514.
- 14) Wallace, G. M.: Twenty years of experimental and direct numerical simulation access to the velocity gradient tensor: what have we learned about turbulence?, *Phys. Fluids* 21 (2009) 21301.
- 15) Taylor, G. I.: Statistical theory of turbulence, *Proc. R. Soc. Lond. A* 151 (1935) 421-444
- 16) Tang, S., Antonia, R. A., Djenidi, L., Zhou, Y.: Transport equation for the isotropic turbulent energy dissipation rate in the far-wake of a circular cylinder, *J. Fluid Mech.* 784 (2015) 109-129.
- 17) Chen, J. G., Zhou, Y., Antonia, R. A., Zhou T. M.: Characteristics of the turbulent energy dissipation rate in a cylinder wake, *J. Fluid Mech.* 835 (2018) 271-300.
- 18) Lefeuvre, N., Thiesset, F., Djenidi, L., Antonia, R. A.: Statistics of the turbulent kinetic energy dissipation rate and its surrogates in a square cylinder wake flow, *Phys. Fluids* 26 (2014) 95104.
- 19) George, W. K., Hussein, H. J.: Locally axisymmetric turbulence, *J. Fluid Mech.* 233 (1991) 1-23.