

〔特集〕注目研究 in CFD25

# オープンソース CFD コード OpenFOAM によるアダプティブメッシュ法を用いたミルククラウンの解析

\*株式会社日本アムスコ  
大阪大学大学院 基礎工学研究科

富原 大介†  
高木 洋平

## Analysis of milk crown formation by using the adaptive mesh refinement of OpenFOAM

Daisuke TOMIHARA, Nihon Emsco Co., Ltd.

Yohei TAKAGI, Osaka University

### 1 緒言

ミルククラウンとは、液滴が薄い流体層に衝突する際に、王冠のような構造が形成される現象をさす。その形状の美しさや複雑さから、これまでも様々な研究がなされてきた。ミルククラウンの特異な形状は、いくつかの要因が組み合わさることで生じると考えられており、液滴の落下高さや流体層の深さ、粘性などに着目して統計的に実験を行った研究<sup>1)</sup>や、形成過程の不安定性に着目した研究<sup>2)</sup>、重力加速度を考慮した研究<sup>3)</sup>などが行われている。このような多数のパラメータがあり、かつ時間スケールも1秒未満という現象の解明には、Computational Fluid Dynamics (CFD) が非常に有効であることは間違いなく、実際に、新しい手法を用いて CFD からミルククラウンの形成にアプローチする研究<sup>4)</sup>も多くなされている。しかしながら、液面の変形度合いや、落下する液滴とクラウンのスパイクの先端とのスケール差が大きいことから、解析を行う際に格子数が増大することは避けられない。したがって、パラメータを多数変化させて研究するためには、より効率的な解析手法が求められることになると考えられる。

本研究では、まずミルククラウンの形成過程を知るために民生用のハイスピードカメラを用いて簡易実験を行い、その後、オープンソース CFD ツール OpenFOAM<sup>5)</sup> の解適合格子 (Adaptive Mesh

Refinement, AMR) を使用し、より少ない計算コストで、実験結果を数値的に再現することを目指す。

### 2 実験方法

図1に示す滴下装置を作成し、実験を行った。約400 mmの高さから、注射器を用いて1滴ずつ、下方の薄く張った液体の上に落下させる。撮影は市販のハイスピードカメラ (CASIO: EX-F1) で600 fpsにて行う。液滴の大きさはほぼ一定であると仮定し、別途画像から測定する。

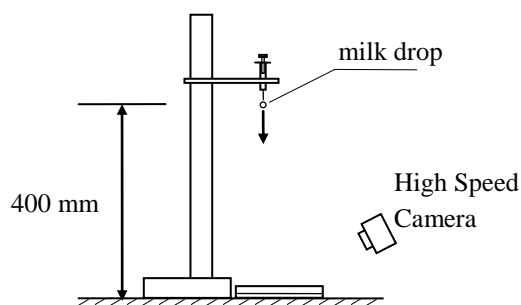


図1 実験装置

### 3 実験結果

図2に実験結果を示す。液滴の直径は画像から測定し、約2.65 mmであった。衝突時の速度は画像から判別するのは誤差が大きく正確には測定できなかったが、空気抵抗がない場合の速度  $V = \sqrt{2gh} = 2.8$  m/s より遅い速度で観察された (図2(a))。液滴が液

\* 〒650-0044 兵庫県神戸市中央区東川崎町 1-3-6  
LS-KOBE 1F

† E-mail: d-tomihara@emsco-jp.com

面に衝突すると、まずクラウンの壁面が形成される (図 2(b)). そして次第にスパイク部分が伸びることでミルククラウンが形成される (図 2(c)). その後、クラウンが崩れていき (図 2(d)), 液体が中央に戻っていく過程の中で図 2(e)に示すような規則的な文様が生じることがわかった. 文様はその後、中央に戻っていく液体によって消されていき、集まった液体は中央で液柱を形成する (図 2(f)). 以上の過程を、一定の再現性の下で実験的に確認することができた.

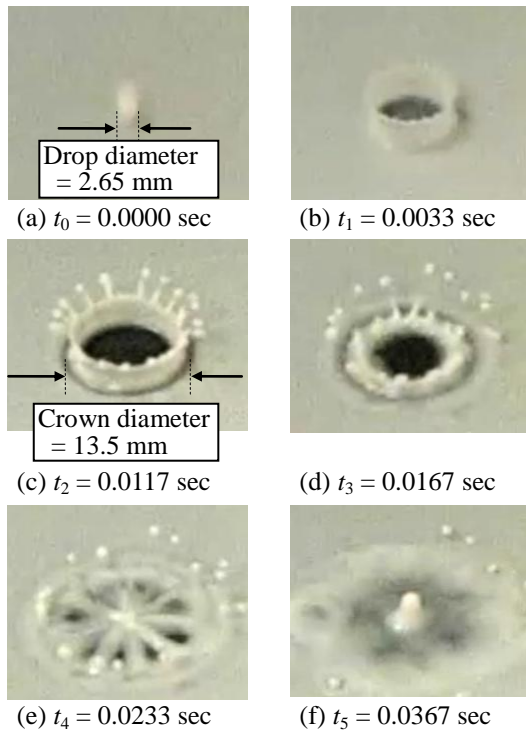


図 2 ミルククラウンの実験による観察結果

#### 4 数値計算手法

自由表面を伴う流れの解析手法として VOF (Volume-of-Fluid) 法を用いる. VOF 法では、質量と運動量の保存方程式を解くのに加え、相比率  $\alpha$  の方程式を導入して解く必要がある. ここで  $\alpha = 1$  ならばコントロールボリュームは液体で満たされ、 $\alpha = 0$  ならばコントロールボリュームは気体で満たされていると定義される. この  $\alpha$  の変化は以下に示す輸送方程式によって解かれる.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

ここで、 $t$  は時刻、 $\mathbf{U}$  は速度である. また、Navier-Stokes 方程式は、

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \phi_\rho \mathbf{U} - \nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{U} - (\nabla \mathbf{U}) \cdot (\nabla \mu) = \mathbf{F} - \nabla p \quad (2)$$

となる. ここで、 $\phi_\rho$  は質量流束、 $\mathbf{F}$  は外力、 $p$  は圧力であり、粘性係数  $\mu$  および密度  $\rho$  は  $\alpha$  を用いて以下のように定義される.

$$\mu = \mu_1 \alpha + \mu_2 (1 - \alpha), \quad \rho = \rho_1 \alpha + \rho_2 (1 - \alpha) \quad (3)$$

添え字の 1 および 2 はそれぞれ液体、気体をあらわす. 外力  $\mathbf{F}$  は界面に働く表面張力  $\mathbf{F}_s$  および重力加速度による体積力  $\mathbf{G}$  を考慮し、以下の式で表される.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_s + \mathbf{G} \\ &= \int_{\Omega} \sigma \mathbf{K} \nabla \alpha d\Omega - \int_{\Omega} g \nabla \rho d\Omega \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\sigma$  は表面張力、 $\mathbf{K}$  は界面の曲率、 $g$  は重力加速度、 $\Omega$  は部分的に液体で満たされた格子の体積である.

本報では、OpenFOAM に標準で実装されている VOF 法のソルバを用いる. OpenFOAM とは、オブジェクト指向型言語 C++ で記述された非構造格子 CFD 解析用のクラス・ライブラリ群であり、その有用性、および妥当性については、今野ら<sup>6)</sup>によって報告されている. VOF 法のソルバについても、コードはオブジェクト指向型言語で記述されており、 $\alpha$  を解くための解法もクラス化されているため簡潔に記述され、離散化や補間スキーム等の設定の変更も容易である. また非構造格子 AMR クラス・ライブラリも用意されており、詳細に関してはソースコードや、開発者である Jasak の論文<sup>7)</sup>で知ることができる.

#### 5 AMR

OpenFOAM の非構造格子 AMR クラス・ライブラリには、格子点を新たに追加・削除するメッシュベース<sup>8)</sup>の方法が用いられている. 使用方法は明瞭で、場の値の上限と下限を設定し、分割レベル (refinement level) に応じて、その範囲内と隣接する 6 面体セルを分割する. Refinement level の概要を図 3 に示す. Refinement level が 1 の場合、6 面体セルの各辺の中点を結んで 8 分割する (図 3(a)). Refinement level が 2 の場合は、refinement level = 1 の分割をした後に、さらに場の値が範囲内のセルと

その隣接セルを8分割する(図3(b)). Refinement levelを1つ増加させるごとに、この作業を繰り返すことで分割数を増やす。

ミルククラウンの自由表面のように、分割すべき領域が動的に変化する場合、一度分割されたセルを再統合することで、計算コストをより軽減することが可能である。OpenFOAMでは格子を分割の際、オリジナルのメッシュに使用している格子点の位置を、分割によって新たに追加された格子点と区別して履歴を出力する。セルに関しても同様に、分割レベルの履歴を出力している。これらの格子点およびセルの分割履歴を利用して、一度分割されたセルが設定した場の値の範囲外になった場合、セルの統合を行うようになっている。

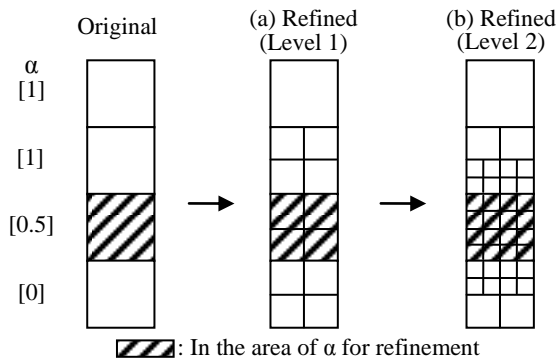


図3 OpenFOAMにおけるAMRの手順

6 解析条件

解析はOpenFOAMに標準で付属しているVOF法を用いた非圧縮性・等温二相流用ソルバを使用した。このソルバにはあらかじめAMRの機能が実装されている。AMRを使用する際の場の変数には気相と液相の相比率 $\alpha$ を用いる。時間刻みの設定には以下のように定義されるクーラン数 $Co$ を用い、値が0.3を上回らないよう自動的に時間刻みを調整した。

$$Co = \frac{\Delta t |\mathbf{U}|}{\Delta x} \tag{5}$$

ここで $\Delta t$ は時間刻み、 $|\mathbf{U}|$ はセルを通る流速の大きさ、 $\Delta x$ は流速方向のセルのサイズである。解析モデル詳細を表1および図4に示す。対称性および計算コストを考慮し、解析領域は対称境界条件を使用して水平方向に1/4とした。解析水準は、AMRの効果を計るため表2に示す3ケースとする。Case2の解析開始時はcase1と同一の格子であり、格子が分割された場合の格子幅は、case3と同じである。今回の解

析では計算機環境の制限から refinement levelは1のみとした。計算機については、OSはUbuntu10.04 64bitを用い、CPUにIntel Xeon X5680 3.33Ghz、メモリはDDR3-1333 ECC (8GB×6)を使用する。なお並列化は行っていない。

表1 気相および液相の物性値

Property	Value <sup>9)10)</sup>	
Density of air	1.205	kg/m <sup>3</sup>
Kinematic viscosity of air	1.512×10 <sup>-5</sup>	kg/ms
Density of milk	1.031×10 <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
Kinematic viscosity of milk	3.385×10 <sup>-6</sup>	kg/ms
Surface tension <sup>4)</sup> : 5.0×10 <sup>-2</sup> N/m		

表2 計算格子およびAMRの設定

Label	Initial Grid number (Nx×Ny×Nz)	AMR
case 1	100×100×100	None
case 2	100×100×100	R.L. = 1
case 3	200×200×200	None

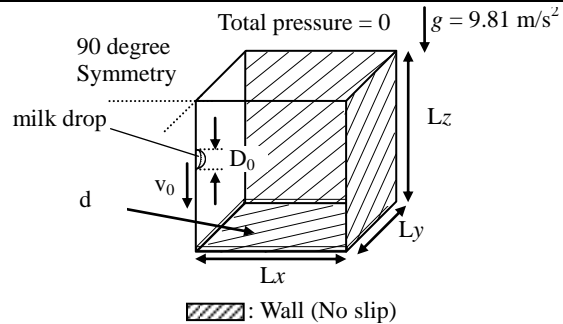


図4 解析条件

表3 計算条件

Lx, Ly, Lz	20 mm
liquid film thickness: d	0.5 mm
milk drop diameter: D <sub>0</sub>	2.65 mm
initial velocity: v <sub>0</sub>	2.31 m/s

7 解析結果

3ケースの解析時間を表4、case2でのメッシュ数の推移を図5に示す。AMRを使用したcase2のメッシュ数は最大でも1,252,721であり、case1の1.3倍、全体を細かくしたcase3の1/6程度である。このような差異が表れたのは、モデル化する際に余裕を持って領域の大きさを設定したことに起因すると考えられる。Case1との比較から、実際に自由表面が存在したのは1辺20mmの領域内の3割程度である。しかし、ミルククラウンの形成およびその後の崩壊の過程を再現することを考慮すると、まわりの液体層が、特に崩壊の過程で現象に及ぼす影響は不明で

あり、そのような物理過程であるからこそ AMR が非常に有効であると言える。一方、解析時間は case 3 の 36%程度であり、メッシュ数の減少率に比べ解析時間の減少率は半分程度となっている。これは、メッシュの refinement に時間を有したためであり、メッシュの refinement に有した時間は case 2 全体で 26,515 sec, 解析時間に全体に占める割合は 22%となっている。

図 6 および図 7 に各ケースの同時刻における自由表面の様子を示す。Case 1 に比べ、case 2 ではミルククラウンのスパイク部分ができかけており、より現象を再現できている。一方で、全体的に細かく分割している case 3 では、case 2 で見られたスパイク部分が消えており、自由表面が不自然にちぎれたように見える。Case 2 において、界面付近で refinement された格子の大きさと、case 3 の格子の大きさは同じであるが、両者は異なる結果となってしまった。その原因として、時間刻みの相違が考えられる。本解析では時間刻みを自動調整する機能を使用したため、結果の出力間隔は一致させているが、実際その出力と出力の間での時間刻みは case 2 と 3 では大きく異なるものとなった。両者の時間刻みの詳細を確認すると、case 2 は総ステップ数 2287、時間刻みの平均は  $2.187 \times 10^{-5}$  sec であるのに対し、case 3 では総ステップ数 2083、時間刻みの平均は  $2.402 \times 10^{-5}$  sec と、case 3 の方が全体的にメッシュ分割は細かいにもかかわらず、case 2 に比べて計算の時間刻みが粗くなってしまっている。case 3 の時間刻みを case 2 の水準にまで細かくすることで、両者の結果の違いは小さくなるものと思われるが、それは case 3 の計算コストの更なる増大を示しており、本論の趣旨と逆行するものである。したがって、本解析においては、クラウンのスパイク部分が見てとれることから、case 2 の結果の方がより確からしいと考えられる。

## 8 結言

本論ではミルククラウン現象の CFD による再現を目指し、より効率的な解析を行うため、OpenFOAM に付属の AMR クラス・ライブラリを使用し、その計算コストの比較検証を行った。本モデルにおける結果をまとめると以下ようになる。

- メッシュ数は、AMR を使用することで、全体を細かく分割した場合の約 1/6 であった。
- 計算時間は、メッシュを refinement する時間を

含めても、全体を細かく分割した場合の 36%程度であった。

- AMR を使用しても、結果は十分妥当なものであると考えられる。
- 格子幅は同じにもかかわらず AMR を使用したケースでは使用していないケースに比べ、時間刻みが小さくなった。

以上より、OpenFOAM を用いた非構造格子上で AMR が、ミルククラウン現象の解析に計算コスト、精度の観点から有用であることが確認できた。

今後、refinement level を 1 より大きくする等、更なる検討を行い、ミルククラウンの再現を目指すとともに、初期速度や液滴の直径、流体の物性値、底面と液体との界面張力などのパラメータを変更することで、現象がどのようなパラメータに左右されるのかを検証していく。

表 4 計算時間

Label	Execution time (sec)	Total time Step
case 1	14,650	888
case 2	118,722 (26,515)	2287
case 3	329,054	2083

( ): Execution time for mesh reconstruction

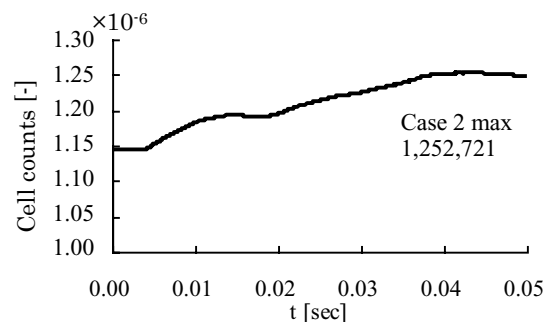


図 5 Case 2 のメッシュ数の時間変化

謝辞：雪印メグミルク株式会社お客様センターには本研究を始めるにあたり、物性値を提供していただいた。この場を借りて深く感謝する。また OpenFOAM 勉強会 for beginner @関西の参加者各位には、本研究を進める上で多くの助言を得た。本報告が OpenFOAM などのオープンソースを利用する技術者、研究者の一助になれば幸いである。

## 引用文献

- 郡司, 石井, 斉藤, 酒井: ミルククラウンに関する研究, ながれ, 22 (2003) 499-500.
- Krechetnikov, R. and Homay, G.M.: Crown-forming instability phenomena in the drop splash problem,

Journal of Colloid and Interface Science, 331 (2009) 555-559.

- 3) 渡, 白鳥, 小澤, 日比谷: ミルククラウン形成過程における重力加速度の影響について, Space Utilization Research, 23 (2007) 72-75.
- 4) Takatani, K.: Mathematical Modeling of Incompressible MHD Flows with Free Surface, ISIJ International, 47 (2007) 545-551.
- 5) OpenFOAM® - The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox, <http://www.openfoam.com>.
- 6) 今野, 鎌田: 解適合格子・超並列計算を用いた住宅の通風性状予測ソフトウェアの開発 (その1) オープンソース CFD ツールを用いた CFD 解析ベ

ンチマークテスト, 日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿), (2005) 779-780.

- 7) Jasak, H. and Gosman, A.D.: Automatic Resolution Control for The Finite-Volume Method, Part 2: Adaptive Mesh Refinement and Coarsening, Numerical Heat Transfer, Part B, 38 (2000) 257-271.
- 8) 山田, 宮下: Adaptive Mesh Refinement 法とその応用, 物性研究, 77-1 (2001) 73-112.
- 9) 須藤, 長谷川, 白樫: 流体の力学, コロナ社, (1994).
- 10) 雪印メグミルク株式会社お客様センター: 実験データ

OpenFOAM は全世界における Silicon Graphics International Corp.の商標または登録商標です.

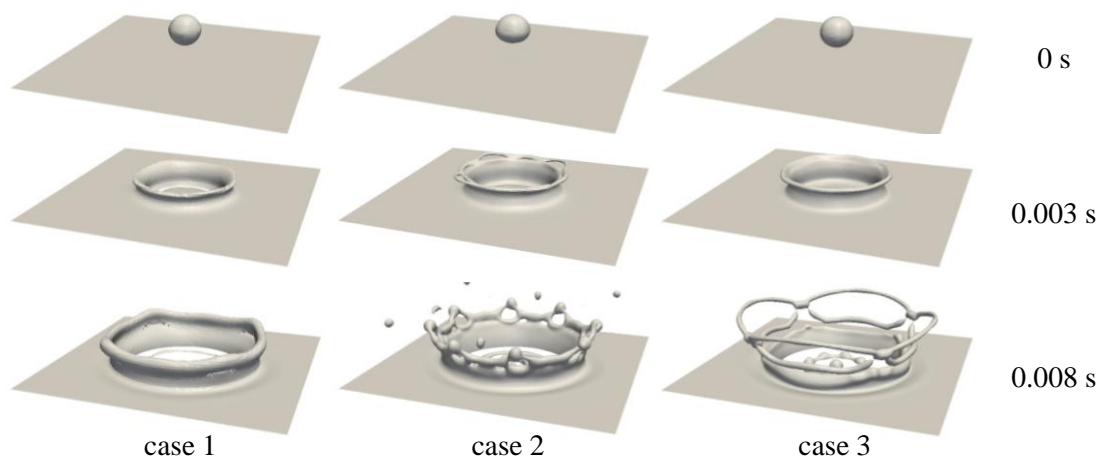


図6 ミルククラウンの三次元可視化

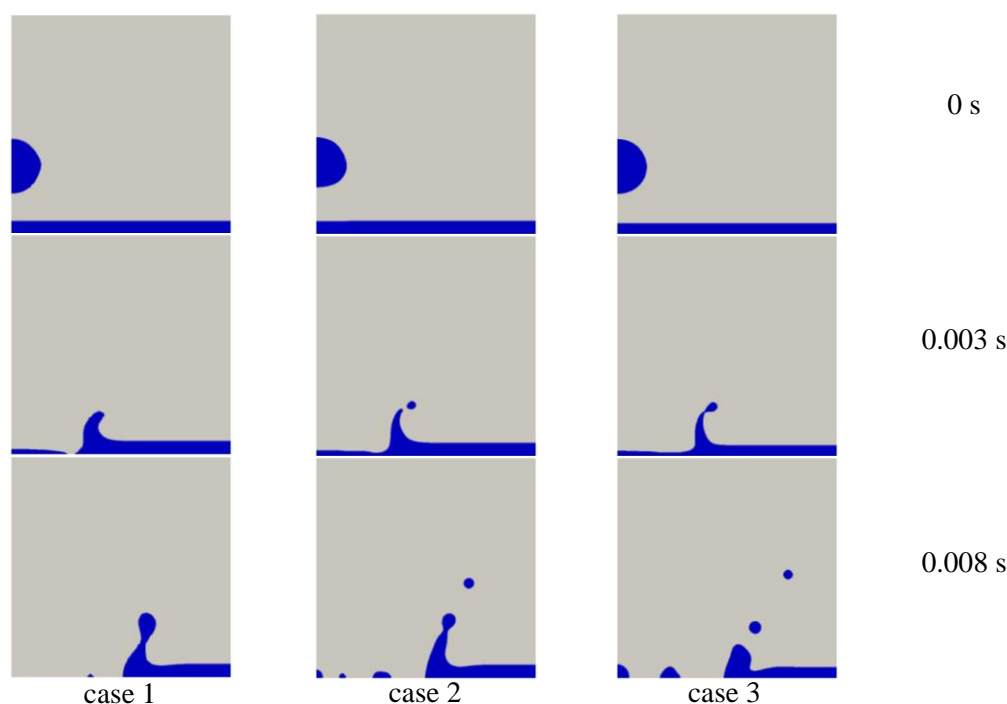


図7 周方向断面における相比率  $\alpha$  の時間変化. 黒色は液相を表す.