

〔特集〕原子力を巡る流れと熱の研究の最前線

原子力分野における数値流体解析とその信頼性評価

*茨城大学 工学部 田中伸厚†

Computational Fluid Dynamics in Nuclear Engineering
and its Reliability Analysis

Nobuatsu Tanaka, Collage of Engineering, Ibaraki University

(KEY WORDS): Computational fluid analysis, Nuclear Engineering, Safety analysis, Reliability, Statistical analysis

1 はじめに

計算機性能の高速化とそれに伴う数値流体解析技術の向上に伴って、原子力分野における数値解析の役割は重要となっている。原子力の分野において重要なテーマとして安全性評価（安全解析）がある。これは、原子炉で万一事故が発生した場合、大きな事故に発展させず、環境への影響を最小限に食い止めるための安全設計に関する研究である。大型のモックアップ試験や解析的評価から始まった安全性の研究は、1970年代後半から大型コンピュータが開発され性能が向上するにつれ、コンピュータを用いた研究に発展していった。その結果、基礎式を気液各相で別々に立てる二流体モデルが誕生し、TRACやRELAP5に代表される安全解析コードが開発され、軽水炉の設計や安全評価に利用されてきた。しかし、これらの解析コードには試験結果に基づき作成された経験的構成式が組み込まれている。この構成式は、システムの構成や形状、ならびに対象とする条件が異なると、実規模大の試験により構成式をその都度見直す必要がある。今後の原子炉の長寿命化や出力向上、次世代炉の開発設計においては、その信頼性と精度向上、開発期間の短縮と開発費用の削減という観点から、普遍性の高い構成式に基づく機構論的モデルの確立や多次元化解析への対応が望まれていた。近年の並列処理技術などの導入による計算機性能の更なる向上およびそれに伴う数値解析技術の進歩により、経験に基づく構成式を可能な限り排除し、物理現象を直接的に解析する研究が盛んに行われる

ようになり、気液二相流の流れ場という限られた問題に対しては、直接的な三次元的解析が行われ始めた¹⁾⁴⁾。

一方で、原子炉の中の物理現象は、核反応、放射線、中性子挙動、混相流、伝熱、構造物、材料などが連成したまさにマルチスケール・マルチフィジックスの世界であり、そのすべてを直接的あるいは第一原理的に取り扱うことは、今日あるいは近い将来の計算機資源ではとうてい実現不可能である。そこで、近年、特に原子力の分野において、このような詳細高精度解析による計算結果の信頼性向上とは別のアプローチとして、解析コードの誤差や信頼性を定量的に評価することにより安全性評価の高度化を図ろうとする考え方が広まってきている。

本論文では、原子力分野における数値流体解析に関連する動向として、上記の高精度解析による信頼性向上と数値解析結果の信頼性評価に関して報告する。

2 直接的数値解析による計算結果の信頼性向上

近年では、計算機性能の向上を背景に、原子炉中のマルチスケール・マルチフィジックスの物理現象はのうちいくつかを含むような複合事象を直接的に数値解析により評価しようとする研究が進んでいる。特に熱流動の分野では、気液二相流を直接的に扱おうとする研究が精力的に進められている。気液二相流を直接的に取り扱う問題は、変形する自由液面問題へと帰着される。自由液面問題の解析手法は大きく分けてオイラー手法とラグランジュ手法に分けられる。代表的なオイラー手法は、二種類の流体を識

*〒316-8511 日立市中成沢町4-12-1

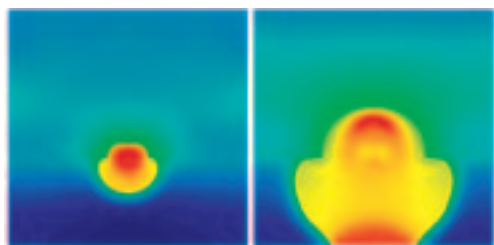
† E-mail: ntanaka@mx.ibaraki.ac.jp

別する識別子を導入し、その挙動を解析する。代表的な識別子は VOF 関数¹⁾やレベルセット関数⁵⁾などである。微係数を考慮することによりコンパクトに界面解像度を向上させる方法⁶⁾⁻⁸⁾や、オイラー手法でもラグランジュ的な考え方を導入し、オイラー法の欠点である界面解像度の低下を防ぐ手法も提案されている^{3),5)}。図 1 にこうした手法の解析事例として、キャビテーションによるエロージョン解析結果を示す。これは、高解像度解析手法により、気体・液体・固体の三相を統一解析した結果である⁸⁾。キャビテーション気泡の崩壊によりマイクロジェットが発生し、それが構造材料と衝突することにより高圧な圧力波が発生し材料の損傷をもたらす様子が確認できる。

一方、このような固定座標からのオイラー的視点から離れラグランジュ的に界面挙動を追跡する方法もある。古くは有限要素法や境界適合座標を用いて変形する界面に沿った解析格子を用いる方法がそれにあたる。しかし、それらの方法は、頻繁に格子生成が必要となり、また界面の大変形にも対応が困難なことから、最近ではあまり用いられていない。それに変わって、最近では、流体を粒子の集団として取り扱う粒子法が注目されている⁹⁾⁻⁽¹²⁾。これは、流体の移動を粒子の移動で表し、その他の粘性や圧力効果を粒子間の相互作用で表す方法である。粒子法の代表的なものに、SPH 法^{9),(10)}や MPS 法¹¹⁾⁻¹³⁾などがあり、原子力の分野でも管内二相流や蒸気爆発問題へ適用されている。



(a) 初期密度
(濃青：気泡，薄青：水，赤：構造材 SUS)



(c) マイクロジェットの材料衝突による圧力波発生
(赤い部分は 300MPa 以上の高圧部分)

図 1 キャビテーションによるエロージョン（材料損傷）の数値解析

3 計算結果の信頼性評価

先に述べたように、原子炉内はマルチスケール・マルチフィジックスの世界であり、現段階でそれらすべてを、第一原理的に取り扱うことは困難である。先に述べた直接的数値解析も、その一部の限られた現象を、限られた領域で解析しているにすぎない。でこのことは、言い換えると、原子炉内の主な現象を網羅しなければならない安全評価コードから、試験結果に基づき作成された経験的構成式を排除することは困難であることを意味する。そこで、近年、数値解析の信頼性向上とは別のアプローチよして、その誤差や信頼性を定量的に評価しようとする考え方が広まってきている。以下その概要を述べる。

3.1 数値解析に含まれる誤差

一言で誤差といっても、対象となる物理現象と数値解析の結果との間には、大別すると、モデル化誤差、離散化誤差、計算誤差といった数値計算特有のものや、より大局的な概念誤差やユーザー効果誤差が存在する（図 2）。

モデル化誤差は、現象を数学的モデルに変換する際に生じ、データや知見が不十分な現象を初期値や基礎方程式を含む物理パラメータなどの有する不確かさに起因するものである。モデル化誤差の影響については、古くより感度解析法などによる定量的な評価法が多く研究されている。ここで、近年の直接的なアプローチ（たとえば乱流モデルにおける $k-\epsilon$ モデルに代わる LES や DNS）ではモデル化パラメータが減る代わりに、考慮すべき境界条件や初期条件が増え、そうした不確かさが逆に増加している点は注意を有する（初期条件などの不確かさの影響を考慮する統計的方法については 3.3 節で述べる）。

離散化誤差は、微分方程式から代数方程式への離散化に伴い発生する誤差である。この離散化誤差を評価するため、テイラー展開に基づく（定性的）方法や離散化パラメータを変化させて、その解に対する感度や収束性を調べる方法がある。後者は、下記の計算検証の実現方法の一つであるが、そのためには、メッシュや時間刻みを変えた計算を何度も繰り返す必要があり、メッシュ生成や計算時間など多大な労力を必要とする。

計算誤差は、離散化された代数方程式を計算機上で解く場合、丸め誤差や桁落ち誤差、情報落ち誤差といった計算機に由来する誤差（計算誤差）であり、非線形問題ではこうした計算誤差が指数関数的に増大する可能性があり注意を要する。最近では、その

ような数値誤差を排除した、精度保証付き数値計算法や無限精度数値計算法が研究されている。

概念誤差は、実際の対象となる実現象と解析や実験の対象とするモックアップ試験や縮尺試験、部分試験との間に存在する誤差で、後述のスケール歪などが含まれる。これらは3.2で述べる計算検証や有効性評価で問題となる。また、解析結果に大きな影響を与える別の要因としてユーザー効果がある。これは、解析技術者の能力により結果が影響を受ける効果であり、定量化が難しい（詳細は3.4節）。

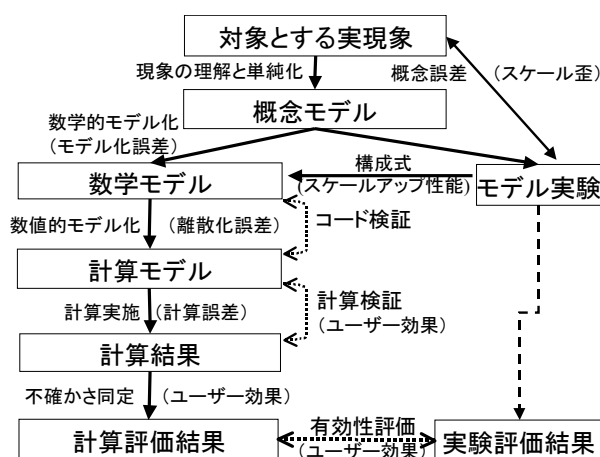


図2 数値計算の誤差とV&V

3.2 計算モデルの信頼性評価

このような計算結果の信頼性の評価方法として、検証 (Verification) と有効性評価 (Validation) (両者をあわせて V&V と呼ばれる) という二つのプロセスによる方法が一般的である¹⁴⁾⁻¹⁷⁾。検証の過程は計算モデルが、数学モデルとその解を正確に表現できるかどうかの評価プロセスであり、基本的な手法としての計算モデルやその結果の誤差の同定および定量化を実施する。検証はさらにコード検証と計算検証の二段階より構成される。コード検証はソフトウェア品質保証の領域の問題であり、数学的モデルの妥当性や数値解法が正しく動作するかどうかを評価することとなる。計算検証は離散化精度の確認やメッシュ依存性 (解の収束性) や解の整合性などの評価プロセスである。最も一般的な計算検証の方法は、3.1節で述べた解の感度や収束性を調べる方法やベンチマーク解析を行い手法の妥当性や精度の評価を行う方法である。前者のパラメータ感度を評価する考え方は、後述の統計的手法へとつながっていく。このような計算検証はユーザー (解析技術者) の責任において実施されるものであり、どのようなベンチマークを実施するかといった選択はユーザーに依存するため、後述のユーザー効果が問題となる。

一方の、有効性評価の過程は、そのモデルを繰り返し使った上で、あるモデルが実現現象をどの程度正確に表せるか、言い換えるとその計算モデルの適用範囲を明確化するプロセスである。この Validation プロセスは、対象が单相流のような単純な物理現象では問題は少ないが、原子炉内の熱流動現象の場合には、問題はそれほど単純ではない。原子炉のような大型構造物の設計においては、一般に、有効性評価を縮尺モデルや部分モデルのモデル実験によって実施しておき、実機体系はその検証された解析コードにより評価することにより、開発期間の短縮と開発費用の削減を実現する (原子炉のような大規模複雑構造物では、有効性評価の対象として実機体系の試験データは質・量ともに不十分という側面もある)。このアプローチにおいて気をつけなければならないのは、解析モデルに十分な外挿性、あるいは、スケールアップ性能があるかどうかという点である。対象が单相流のような単純な物理現象では、第一原理的な解析が可能であり、このスケールアップ性能がある程度の範囲で保証されている。しかし、原子炉のようなマルチスケール・マルチフィジックスの複雑現象が対象の場合、スケールアップ性能の裏づけが必要となる。具体的には、先に述べたような安全解析コードに含まれる経験的相関式のスケールアップ性能が問題となる。相関式のスケールアップ性能は、相関式の基となった試験に依存する。その試験自体の初期および境界条件が適切にスケールアップされていない (スケールアップできない) と、スケールを変えたときに普遍性が失われ、縮小実験装置で観測された物理現象が実機スケールにスケールアップできなくなる。この効果はスケール歪と呼ばれ、複数の物理現象を同時に取り扱う際に、現象ごとの固有周波数が異なり、着目パラメータのスケール依存性が表面化することから生ずる歪である¹⁸⁾。これらに対処するスケールアップの方法として様々な手法が提案されている¹⁹⁾⁻²²⁾。

このように、原子力分野における計算モデルの有効性評価には多少の問題も残っているが、より一般的な計算を援用した工学 (CAE) の分野ではこれらの V&V プロセスの標準化が進められている。原子力分野においては ANS (American Nuclear Society) が原子力分野における数値解析の V&V について¹⁵⁾、流体解析の分野では AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) が一般的な流体数値解析の V&V についてガイドラインをまとめている¹⁶⁾。構造解析の分野では、ASME による V&V 10-2006¹⁷⁾ と英国の NAFEMS (National Agency for Finite

Element Methods) による SAFESA(SAFE Structural Analysis)²³⁾がある。AIAA や ASME のガイドラインでは、数値解析ソフトウェアの品質保証に重点を置いており、Verification & Validation プロセスが詳細に記述されている。一方の SAFESA は CAE 業務標準の ISO9001 に基づく CAE の品質保証体系であり、CAE を実施する解析技術者（ユーザー）の品質保証を要求する。また、日本においても、V&V のプロセスと後述の統計的評価方法を含む統計的安全評価手法が、原子力分野における標準としてまとめられつつある²⁴⁾。

3.3 計算結果の信頼性の統計的評価法

このように解析コードの V&V の過程を経て信頼性が保障されたコードは、原子力分野で最適評価 (BE : Best Estimate) コードと呼ぶ。近年、原子力の安全評価において、計算結果を決定論的にとらえようとするのではなく、そのような最適評価コードを用いて、解析結果における不確かさを統計的に取り扱う方法が注目されている。すなわち、実験スケールの影響、温度圧力設定条件に影響される物性値、各種物理現象を記述する構成式の不確かさを評価し、最適評価値に対する信頼性を評価しようというものである。

計算結果の統計的評価の考え方は、既に気象予報の分野では実用化が進んでおり、アンサンブル予報²⁵⁾と呼ばれている。従来、気象予報では、一ヶ月から三ヶ月あるいは季節予報と呼ばれる中期・長期予報において、過去のデータを基にした予測法が用いられていた。しかし、気象予報も流体挙動を扱うものであり、ローレンツの実験で明らかかなような、流体の非線形性に起因する初期値敏感性（バタフライ効果）が問題となる。これは、初期値がわずかに異なる二ケースの流体挙動が指数関数的に乖離して、全く異なる状態になるというものである。我々は真の初期値すべてを完全に観測することは不可能であり、また、計算機上でのシミュレーションでは打切り誤差や丸め誤差といった計算誤差も避けられない。このような状態の下では、たとえ解析モデルが完全でも、長時間の計算において誤差は指数関数的に増大して行く可能性を有している。従来気象の中期・長期予報の方法では、この初期値敏感性が問題となるため、統計的な評価方法であるアンサンブル予報が考案された。アンサンブル予測の原理は順序統計法（ノンパラメトリック法）に基づいており、不確かさを有するパラメータそれぞれを、各分布に従ってランダムに値を変えた場合の解析を実施して、

もっとも実現性の高い予測およびその精度情報を得ようとするものである。気象予報においては、実際の観測地から調整されるただ一組の初期値に、観測誤差と同じ程度の小さなばらつきを与えた多数の初期値の組からなる集団を考え、それぞれの初期値ごとに独立して計算を行い、集団の全予測値の単純平均をもって発表予測とする。実際には、初期条件の異なる 50 ケース程度の集団を行いた中期・長期予報解析が行われている。

現在の原子力の安全解析手法は巨視的モデルを用いており、こうした初期値の不確かさや初期値敏感性はそれほど問題にならないと思われる（多くの複雑現象の非線形な相互作用を含む場合や、将来の直接的詳細解析においては、同様の問題が表面化する可能性をばらむ）。原子力の安全性評価における不確かさは、このような物理的なものよりも、先に述べたような構成式、境界条件や現象のシナリオなどの不確かさによるものが多い。その意味では、原子力における統計的評価は、気象予報よりも複雑で困難であるといえる。従来安全評価方法では、それらの不確かさを有するパラメータに、保守性を考慮して唯一の値を与え、一回の計算結果より決定論的に評価を実施していた。その方法の問題点を解決し、評価の信頼性を定量化する手法として、1980 年代の終わりに、米国において統計的安全評価手法が提案された^{26),27)}。それは、CSAU(Code Scaling, Applicability and Uncertainty) 法と呼ばれる手法であり、当初は PWR 大破断 LOCA に適用され、その後適用事象を広げ評価手法を一般化して、規制及び産業界の共通手法として最も実績のある手法となっている。CSAU の基本手順は、最適評価コードの V&V、重要度ランクテーブル (PIRT) による物理プロセスの同定、評価マトリクスに基づく不確かさ要因の定量化、複数のケースの解析結果から最終評価を行う統計的処理、より構成される。また、CSAU では前述のスケール効果についても評価するプロセスが含まれている。

PIRT による物理プロセスの同定においては、対象とする事象に大きな影響を与える要因を明確にするために、専門家集団により重要度のランキング表 (PIRT) を作成する。不確かさ要因としては、試験データにおけるスケール効果、解析コードの模擬性能の限界、プラントの初期状態や外乱に起因する不確かさ、メッシュ分割などがあり、そのばらつきや分布は実験データなどに基づいて決定される。最後の統計的処理では、必要なケース数分だけパラメータのサンプリングを行い、複数ケースの解析を実行

する。必要サンプル数は順序統計法に基づいて決められ、例えば95%の信頼水準と95%の確率を有する評価値を算出するためには、59ケースが必要となる²⁸⁾ (評価値が一つの場合)。最終的に得られた解析結果からの評価値を算出する。以上は米国におけるCSAUの手順の概要であるが、こうした統計的全評価手法は様々な国で独自の手法が多数提案されている²⁹⁾⁻³¹⁾。

3.4 ユーザー(解析技術者)効果とその品質保証

解析結果に大きな影響を与える別の要因としてユーザー(解析技術者)効果がある。「ユーザー」は、コード提供側からの視点であるが、研究や開発の中では「解析技術者」であり同意である。ユーザー効果は、ユーザーの能力により結果に影響を受ける効果であり、現象や数値解析に関しての知識や経験、解析コードに対する習熟度により、現象の理解度(概念化)、V&Vのアプローチ、計算結果の評価方法などが異なることにより、ユーザー毎に計算結果が全く違ったり、計算結果の評価が正しく行われない状況が生じる効果である(計算結果の可視化に関する任意性や恣意性に関する問題点も指摘されている³³⁾)。これらのユーザー効果による誤差は、総合的に見たときに、誤差のかなりの割合を占めるとの指摘もある³²⁾。このような効果は、いわゆるヒューマンエラーにも共通するもので、多くの要素が複雑に絡み合って発生し、ある特定の対策だけで防止できるものではない。したがって、ユーザー効果の低減のためには、違った視点からの方策を並行して実施することが重要である。個々の方策としては、①ユーザー・トレーニング、②ユーザー・ガイドラインの向上、③ユーザーの鍛錬(物理や数学など科学一般教養の涵養も含む)、④ユーザーの品質保証、⑤コード機能面の改良、などが考えられる。ここでは特に、ユーザーの品質保証を考えてみたい。近年、数値解析技術者の社会における重要性が増すにつれて、その品質保証の必要性が高まってきている。数値解析技術者の品質保証は、これまで、大学教育、企業内研修、ソフトウェア会社による講習会等によって個別に行われており、その内容やレベルも様々であった。大学も、このような数値解析に対する需要に答えているといえる状況ではない。数値解析の研究者は、物理、機械、情報など様々な学科に属しながら、それぞれの産業界における数値解析の要望に答えている状況である(いずれの大学や学科においても数値解析技術者としての品質保証をするだけの教育システムとはなっていない)。以上のような状況のもと、

日本機械学会では、計算力学技術者の資格認定(固体力学分野/熱流体力学分野)の事業を開始している。これは、解析結果の信頼性保証や技術者の技術レベルと責任範囲の明確化を目的とし、世界に先駆けて日本で初めて制定されたものである。これらの資格が、原子力分野における数値解析技術者にも有効かどうかは今後調査の必要があるが、原子力分野でも、上記に述べたような数値解析の信頼性評価方法の標準化と同時に、解析技術者の教育・ガイドラインや品質保証を進めていくべき時代に来ていると考えられる。

4 まとめ

本稿では、原子力分野における数値流体解析に関連する動向として、高精度解析による信頼性向上と数値解析結果の信頼性評価に関してまとめた。今後、計算機成功の向上とあいまって、原子力分野における数値解析も、直接的な高精度解析による信頼性向上が図られるものと思われる。しかし、それと同様に重要なもう一つの柱として、解析結果の信頼性評価を忘れてはならない。今後、高精度解析を実現していくと、今度は気象予報のような初期値敏感性の問題が表面化する可能性もあり、今後数値解析結果の信頼性評価方法を十分研究し、実用化していく必要性を実感する。また、それと同時に数値解析技術者の品質保証に対する方策も忘れてはならない。

引用文献

- 1) 富山明男, 宋明良, 南川久人, 坂口忠司, VOF法による単一気泡の数値解析, 機論(B), 57-539, pp.1-7 (1991) .
- 2) 功刀資彰, 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 機論(B), 63, pp. 1576-1584 (1997).
- 3) Takuji NAGAYOSHI, et al., Simulation of Multi-dimensional Heterogeneous and Intermittent Two-Phase Flow by using an Extended Two-Fluid Model, J. Nucl. Sci. Tech., 40-10, pp.827-833 (2003).
- 4) 吉田啓之, 永吉拓至, 小瀬裕男, 高瀬和之, 秋本 肇, 大規模シミュレーションによる稠密炉心内気液二相流特性の解明 (I), 日本原子力学会論文誌, 3-3 (2004).
- 5) 姫野武洋, 渡辺紀徳, 微小重力環境における気液界面挙動の数値解析, 機論(B), 65-635, pp. 2333-2340 (2000).
- 6) T.Yabe and T.Aoki, A Universal Solver for Hyperbolic Equations by Cubic-Polynomial

- Interpolation I. One-Dimensional Solver, *Comput. Phys. Commun.* 66, pp.219-232 (1991).
- 7) N. Tanaka, Development of a highly accurate interpolation method for mesh-free flow simulations I. Integration of gridless, particle and CIP methods, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 30, pp.957-976 (1999).
 - 8) R.Maseguchi and N.Tanaka, Numerical Analysis of Erosion by Cavitation using CRIMSON Code, Proc. 3rd Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics, MS7-4-2 (CD-ROM), Kyoto, Japan, Dec. 2007.
 - 9) J.J.Monaghan, Simulating Free Surface Flows with SPH, *Journal of Computational Physics* 110, pp.399-406 (1994).
 - 10) G. R. Liu and M. B. Liu, *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method*, World Scientific (2003).
 - 11) S. Koshizuka and Y. Oka, Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.* 123, pp.421-434 (1996).
 - 12) 池田博和, 松浦文生, 越塚誠一, 岡芳明, MPS 法による蒸気爆発の液体金属細粒化過程の数値解析" 機論(B)64, pp.2431-2437 (1998).
 - 13) N. Shirakawa, et al., Analysis of the Void Distribution in a Circular Tube with the Two-Fluid Particle Interaction Method, *J. Nucl. Sci. Tech.*, 38-6, pp.392-402 (2001).
 - 14) P.J. Roache, *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hermosa Publishers, Albuquerque, New Mexico (1998).
 - 15) ANS, Guidelines for the Verification and Validation of Scientific and Engineering Computer Programs for the Nuclear Industry, ANS-10.4-1987 (1987).
 - 16) AIAA, Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations, AIAA G-077-1998 (1998).
 - 17) ASME, Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, ASME V&V 10-2006 (2006).
 - 18) N. Zuber, et al., Quantifying reactor safety margins. V, evaluation of scale-up capabilities of best estimate codes, *Nucl. Eng. Des.*, 119-1, pp.97-107 (1990).
 - 19) A.N. Mahavandi, et al., Scaling Laws for Modeling Nuclear Reactor Systems, *Nucl. Sci. Engrg.*, 72, pp75-83 (1979).
 - 20) M. Ishii and I. Kataoka, Similarity Analysis and Scaling Criteria for LWRs under Single-Phase and Two-phase Natural Circulation, NUREG/CR-3267 (1983).
 - 21) N. Zuber, Problems in modeling of small break LOCA, NUREG-0724 (1980).
 - 22) N. Zuber, A Hierarchical, Two-Tiered Scaling Analysis, An Integrated Structure and Scaling Methodology for Severe Accident Technical Issue Resolution, NUREG/CR-5809 (1991).
 - 23) NAFEMS, SAFESA Technical Manual to Construct Qualification Supported by Finite Element Analysis, The SAFESA Consortium, Ref: R0041 (1995).
 - 24) 山口彰, 三島嘉一郎, 笠井滋, 統計的安全評価手法の発展と学会での検討状況, 日本原子力学会 2007 年春の年会要旨集(CD-ROM) (2007).
 - 25) 古川武彦, 酒井重典, アンサンブル予報, 東京堂出版(2004).
 - 26) G.E. Wilson et al., Quantifying reactor safety margins. Part 2: Characterization of important contributors to uncertainty, *Nuclear Engineering and Design* 119, pp. 17-31(1990).
 - 27) W. Wulff et al., Quantifying reactor safety margins. Part 3: assessment and ranging of parameters, *Nuclear Engineering and Design*, 119, pp. 33-65 (1990).
 - 28) S.S. Wilks, Determination of sample sizes for setting tolerance limits. Lothar Sachs, *Applied Statistics* (2nd edition), Springer-Verlag, pp. 91-96 (1984).
 - 29) F. D'Auria, N. Debrecin and G.M. Galassi, Outline of the uncertainty methodology based on accuracy extrapolation (UMAE), *Journal of Nuclear Technology* 109 -1, pp. 21-38 (1995).
 - 30) H. Glaeser, E. Hofer, M. Kloos and T. Skorek, Uncertainty and sensitivity analysis of a post-experiment calculation in thermals hydraulics, *Reliability Engineering and System Safety* 45, pp. 19-33 (1994).
 - 31) D.W. Sweet, A.J. Wickett. A.P. Neill, AEA technology analysis for the CSNI uncertainty methods study (UMS), AEAT-1787-Issue1, NES/CSNI/R(97)35, Vol.2 (1998).
 - 32) 白山晋, 二之方寿, 計算科学手法と原子力分野における応用-第 10 回可視化技術, 課題と今後の展望-, 日本原子力学会誌, 49-2, pp.122-128 (2007).
 - 33) A. Petruzzi, Results from the Application of Uncertainty Methods in the UMS and in BEMUSE, Seminar Meeting on Evaluation of Uncertainties in Best Estimate Accident Analysis, Tokyo, Japan, April, 2007.