

〔特集〕ながれと音

二次元円柱から発生するエオルス音の特性

The characteristics of the Aeolian tone generated from two-dimensional circular cylinders

*日大・理工・機械工学科 藤田 肇[†]
Hajime FUJITA

1 まえがき

風が強いときに電線がヒューと鳴ることは良く知られている。これは、ギリシャ神話の風の神“*Aeolus*”から名前をとって、“*Aeolian tone*”（エオルス音）と呼ばれている。この現象は古代から着目されており、ダビデ王（950 B.C. 頃）の時代に、“*Aeolian harp*”と呼ばれる楽器が存在した。これは、日本の箏のように胴の上に何本かの細い線を張り、それを風にあてて和音をつくったものである。*Aeolian harp* は 18–19 世紀ごろは楽器としても実際に用いられたが、音の発生メカニズムは知られていなかったようである。ヴァイオリンの弓が弦を摩擦して音を出すように、風が弦を摩擦して振動を起し、音が発生すると思われる。エオルス音を初めて科学的に研究した *Strouhal* も同様な誤解をしていたようで、この音を「摩擦音」(*reibungstone*)と呼んでいる。エオルス音の初期の研究経過やエピソードについては、*Zdravkovich*¹⁾の書に詳しく述べられている。エオルス音の特性はその周波数とピークレベルで表され、騒音のみならず、流体加振による振動制御の研究にとっても重要なものである。

2 初期の研究

風の中におかれた円柱から流体に起因する音が発生することを最初に科学的に認識したのは

*Strouhal*²⁾であろう。彼は 1878 年に円柱を先端に取りつけた棒を一定速度で回転させて、円柱の速度 u 、円柱直径 d と発生音の周波数 f の関係を研究し、 c を定数として次の関係を得た。

$$fd/u = c \quad (1)$$

Lord Rayleigh はその著書 “*The Theory of Sound*”³⁾ のなかで、この音は、円柱からの流体的な渦の放出によるものであるが、円柱の振動は重要ではないと述べている。*Bénard*^{4,5)} は水槽による可視化実験を行い、渦が交互に後流中に放出されることを明らかにし、この渦がエオルス音の原因であろうと述べている。この渦に *von Kármán*^{6,7)} は安定性理論を適用して、特定の渦の間隔でのみ、渦列が安定であることを証明した。この渦がカルマン渦列と呼ばれるようになったが、*Bénard* はその発見の優先権を主張したといわれている。式(1)の定数を *Strouhal* 数と呼ぶよう提案したのは *Bénard*⁸⁾ であるが、それが認められたのは *Kovaszny*⁹⁾ と *Roshko*¹⁰⁾ がその論文中で *Strouhal* 数という言葉を使ってからだといわれている¹⁾。

一方、空力騒音の基礎研究は第 2 次大戦後にジェット機が実用化され、ジェットエンジンの騒音に悩まされはじめた英国航空局の係官が新進気鋭の応用数学者として知られていた *Cambridge* 大学の *Lighthill* のところへ、ジェットエンジンの騒音低減の研究を依頼したことに始まった。この結果が 1952 年のジェット騒音に関する論文¹¹⁾ となり、これを発展させたのが *Curle*¹²⁾ である。

* 〒101-8308 千代田区神田駿河台 1-8

† E-mail: fujita@mech.cst.nihon-u.ac.jp

Curle¹²⁾ は Lighthill の解に固体壁の影響を取り入れて、固体壁面から放射される音圧として次式を得た。

$$p(x, t) = \frac{1}{4\pi a_0} \frac{r_i}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \int P_i \left(y, t - \frac{r}{a_0} \right) dS(y) \quad (2)$$

P_i : 壁面 dS が流体に及ぼす力の i 方向成分、さらに、壁面寸法が音波長より十分短い場合は、積分を実行して、

$$p(x, t) = \frac{1}{4\pi a_0} \frac{x_i}{x^2} \frac{\partial F_i}{\partial t} \quad (3)$$

を得る。ここで F_i は壁面に働く x_i 方向の力であり、 $x_i/x = \cos \theta$ は 2 重極の指向性を表す。換言すれば、この解は音源となる壁面をひとつの 2 重極でおきかえたものである。次元解析を行うと、速度相似則は、壁面の代表寸法を L 、流れの代表速度を U 、マッハ数を M とすると

$$I \sim M^3 U^3 L^2 \sim U^6 L^2 \quad (4)$$

となり、音の強さは速度の 6 乗に比例する。

このモデルには難点が無いわけではないが、少なくとも小さな物体、特に翼や二次元柱状物体からの騒音発生の解析に対しては有効である。これに対して、Curle の音源項となる固体壁面は静止しているので、動かない面が外部に対して仕事をすることが出来ず、その壁面は音響エネルギーを放射できない。従って、これは真の音源では有り得ないと言う観点から、真の音源を流れの中の渦に求めたのが、Powell¹³⁾ 及び Howe¹⁴⁾ の渦音理論である。このモデルによれば、 $\underline{\omega}$ と \underline{v} をそれぞれ渦度、速度ベクトルとすると、真の音源は、

$$\rho \nabla (\underline{\omega} \times \underline{v})$$

である。固体壁面、特にシャープエッジがこの音源の近傍にあると大きな音が発生するが、これは、固体壁面が渦音の近距離場に影響を与え、結果的に渦音を散乱あるいは増幅する作用を持つのではないかと思われる。現在では、このほうが Curle のモデルより物理的に正しいと考えられている。それにもかかわらず、渦度の空間的分布を

測定あるいは計算するのは容易ではないので、実用的には Curle の理論による表面圧力変動から、騒音発生量を求めるのが普通である。

3 円柱のエオルス音

二次元円柱から放出される Karman 渦による音は古くからエオルス音として知られているが、これは空力騒音研究の基本的モデルとして多くの研究者がとりあげている。この音が式(3)に従うものとし、観測点を円柱の真横とすれば、 F_i は円柱の揚力であり、 $x = x_i$ である。円柱直径を D 、揚力変動が全スパン L にわたって同位相ならば、揚力係数を C_L とすれば、

$$F_i(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L(t) DL \quad (5)$$

と表される。揚力が正弦波状に変動する場合、

$$\frac{\partial C_L(t)}{\partial t} = \omega C_L(t) \quad (6)$$

と表せる。揚力変動が Karman 渦によって発生するものとする、 S_i を Strouhal 数とすれば、

$$\omega = 2\pi S_i U / D \quad (7)$$

なので、

$$\frac{\partial F_i(t)}{\partial t} = \rho \pi U^3 S_i L C_L(t) \quad (8)$$

となる。従って音圧の 2 乗平均値は、

$$\overline{p^2(x)} = \frac{\rho^2 U^6 S_i^2 L^2 C_{LR}^2}{16 a_0^2 x^2} \quad (9)$$

となる。ここで C_{LR} は揚力係数変動の実効値である。しかし実際には揚力変動はスパン方向に完全に同位相ではなく、ある相関長 L_C にわたってのみ同位相である。エオルス音予測のために円柱表面の圧力変動を測定する場合、全表面にわたって同時に測定して揚力変動を求めることは困難であり、部分的な測定から全体の揚力変動を推定する必要がある。そこで円柱上に長さ L_C の互いに無相関な音源が (L/L_C) 個存在すると仮定すると、

$$\overline{p^2(x)} = \frac{\rho^2 U^6 S_i^2 L L_C C_{LRC}^2}{16 a_0^2 x^2} \quad (10)$$

となる。\$C_{LRC}\$ は \$L_C\$ 程度の長さの局所的な揚力係数変動の実効値である。ここで \$L_C = \alpha D\$ とすれば、

$$\overline{p^2(x)} = \frac{\rho^2 U^6 S_i^2 L \alpha C_{LRC}^2 D}{16 a_0^2 x^2} \quad (11)$$

と表せる。Phillips¹⁵⁾ は、Reynolds 数 \$Re \le 160\$ の場合について、上式の \$\alpha C_{LRC}^2 / 16\$ を一つのまとまった経験的パラメーターとして取り扱い、エオルス音の定量的予測を試みた。相関長さ \$\alpha\$ については、水槽による流れの可視化実験における円柱スパン方向のフローパターンの周期性から求め、\$C_{LRC}\$ については、Kovaszny⁹⁾ の熱線による円柱後流速度変動の測定結果から求めている。揚力変動 \$C_{LR}\$ についてはその後 Gerrard¹⁶⁾ により、\$Re\$ が \$10^5\$ のオーダーまで実験的に求められており、\$Re = 10^4 \sim 10^5\$ の範囲では、\$C_{LR} = 0.1 \sim 0.6\$ 程度である。式(11)によれば、相関長さ \$\alpha\$ と揚力変動 \$C_{LR}\$ は独立してエオルス音に影響を与えるので、これをまとめてひとつのパラメーターとして扱うのは不適切であろう。どちらがエオルス音の発生に寄与しているのかを調べるのが重要である。

4 最近のエオルス音に関する実験

4.1 風洞実験手法の確立

低騒音風洞を用いて二次元モデルから発生する空力騒音を測定するとき、測定部がオープンジェットの場合はジェットとモデルの干渉により、測定対象ではない音が発生したり、流れの二次元性がくずれることがある。オープンジェットのエッジを制御するために硬い端板を取り付けると、音響的共鳴が発生する恐れがある。藤田ら¹⁷⁾ は端板の効果を定量的に求めるため、音響透過性の低い材料としてアクリル板 (Plexiglass) を用いた端板と、音響透過性材料として気泡を含む材料を用いた端板 (Poruos) の2種類を提案した。そしてこの2種類の端板を測定部につけたそれぞれの場合について、測定部に端板が無い場合と併せて以下の測定を行い検討した。

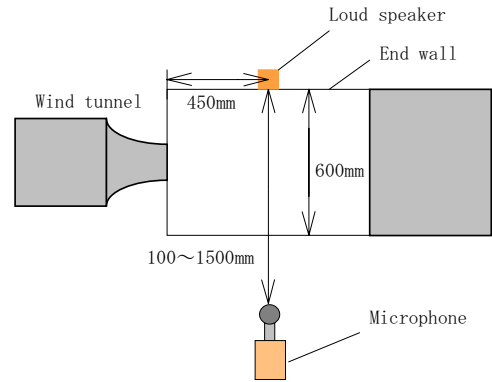


図1 音響特性測定のための端板とスピーカー配置¹⁷⁾

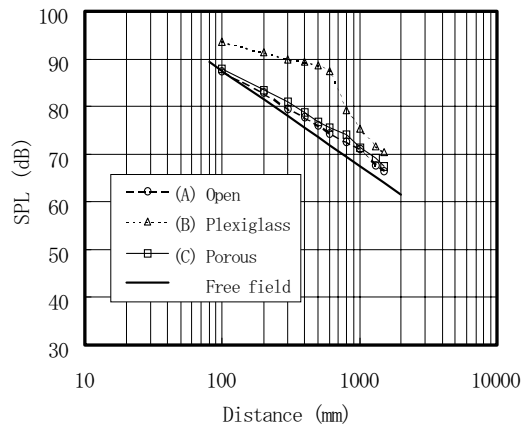


図2 音響距離減衰特性¹⁷⁾

まず端板を付けた測定部の音響特性を確認するため、風洞測定部の側面から発生させた広帯域ノイズの距離減衰及び1/3オクターブ音圧レベル分析を測定した。次に、流れの中に二次元モデル(円柱、角柱)を設置して、モデルから発生する騒音スペクトルを測定、比較し、さらに、モデル後流の流速変動とモデルから発生する騒音との相関を比較することにより、適切な端板材料を決定した。

図1は、この実験に用いた風洞と端板を示す。吹き出し口の幅は200mm、高さは150mmで、幅450mmの端板を上下に2枚設置した。図2はスピーカーから放射されたランダムノイズの距離減衰を示す。端板の無い状態 (Open) の距離減衰は自由空間特性に近く、Porous もほぼ一致して

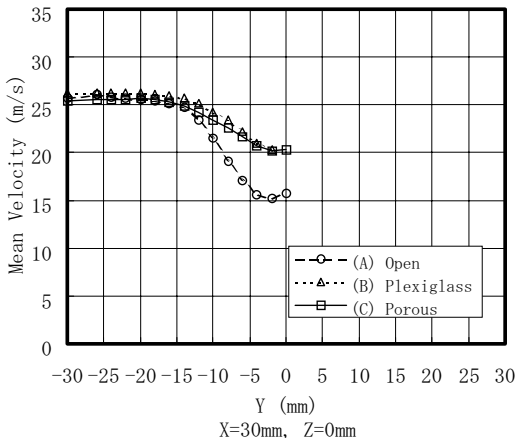


図3 円柱後流の平均速度分布¹⁷⁾

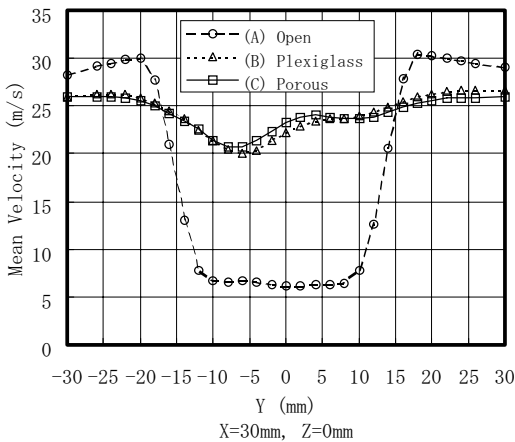


図4 角柱後流の平均速度分布¹⁷⁾

いるが、Plexiglass はダクト効果が顕著に現れている。

図3, 4は、円柱と角柱の後流平均速度分布を示す。円柱ではOpenの場合、後流中の速度欠損が端板設置時に比べて倍程度になる。角柱の後流ではOpenの場合の速度欠損は極めて大きく、全く異なった流れとなっている。円柱及び角柱のアスペクト比は15であるが、この程度では特に抵抗係数の大きい角柱の場合、前方よどみ点付近の流れがスパン方向に流れてしまっ、二次的な後流を発生していないことを示している。

図5はこの測定部に直径10mmの円柱を、図6は1辺10mmの角柱を設置してエオルス音を測定したものである。いずれの場合もPlexiglassの

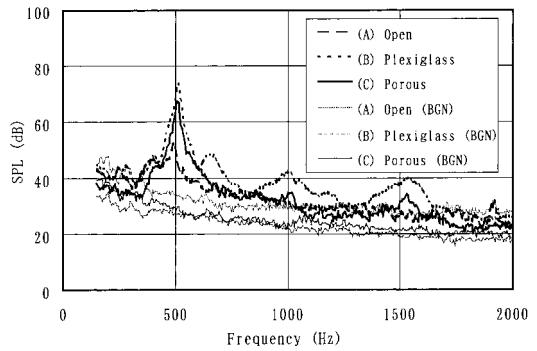


図5 円柱から発生するエオルス音測定結果の比較¹⁷⁾

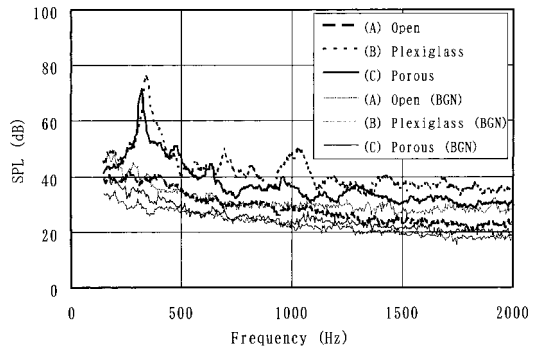


図6 角柱から発生するエオルス音測定結果の比較¹⁷⁾

方がPorousよりやや高めのピークレベルを示しており、ダクト効果が現れている。また、Openの場合は流れの二次元性が保たれず、エオルス音のレベルが特に角柱で低くなっている。これらの結果から、音響透過性材料端板の必要性が、定量的に示された。

4.2 エオルス音のレイノルズ数依存性

円柱回りの流れは、レイノルズ数 Re によっていくつかの領域に分類できる。前述した $10^3 \leq Re \leq 10^5$ の範囲は、境界層が層流剥離をする領域であり、Sub-criticalと呼ばれる。エオルス音の実験のほとんどはこの領域のものである。さらに Re が高くなり、円柱表面の境界層が層流剥離から乱流剥離へ変化する遷移領域($Re = 10^5 \sim 10^6$ 程度)となると、カルマン渦の放出が非常に不安定となる。1950年代まではこの状態が高 Re の

極限状態と考えられて、Super-critical 領域と呼ばれた。しかし Roshko¹⁸⁾ によってさらに Re が増加すると境界層は完全な乱流剥離となり、再びカルマン渦の周期的放出が始まることが発見され、Trans-critical 領域と命名された。この命名には異論が続出し、Super と Trans を入れ換えたり、Post-super-critical という呼び方が提案されたりしているが、ここでは Roshko に従って、Sub→Super→Trans という順序とする。

(A) Sub-critical 領域

飯田ら^{19,20)} は、直径 40 mm、長さ 500 mm の円柱に圧力センサーを内蔵し、表面圧力変動とエオルス音を同時に $0.5 \times 10^3 < Re < 1.4 \times 10^5$ の範囲で測定を行った。スパン方向に分布した圧力変動のコヒーレンスを測定して相関長さ α を求め、式(11)によりエオルス音のレベルを予測し、

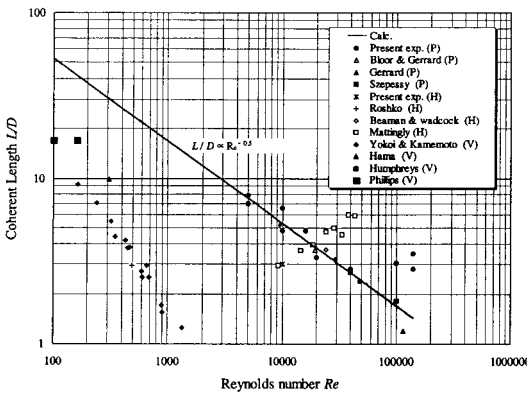


図7 円柱表面の相関長さのレイノルズ数依存性¹⁹⁾

実測値との良い一致を得た。相関長さは、従来は可視化による、比較的低 Reynolds 数範囲の実験が多かったが、ここでは円柱表面圧力変動の相関を測定し、 $10^3 \leq Re \leq 10^5$ の範囲で、 $\alpha \sim Re^{-0.5}$ という結果を得た。空力騒音に寄与する相関長さとしては表面圧力変動を測定するのが最適であろう。図7に飯田ら¹⁹⁾ のまとめた相関長さを示す。図中で(P)は表面圧力変動測定、(H)は熱線流速系による想定、(V)は可視化による測定を表す。図8に飯田ら²⁰⁾ が Phillips¹⁵⁾ の表記法に従ってまとめたエオルス音レベルを示す。図7、8は、Sub-critical 領域でのエオルス音の特性を示すものとして普遍的なデータベースとなりうるものであろう。

(B) Sub-critical から Trans-critical までの変化

藤田ら^{21,22)} は、鉄道総合技術研究所の大型低騒音風洞（吹き出し口 3 m × 2.5 m、最大風速 110 m/s）に直径 267 mm、長さ 3 m の円柱に表面圧力センサー (kulite XT-190) を 30 個内蔵したものを設置し、表面圧力変動とエオルス音を同時に $2.5 \times 10^5 < Re < 2 \times 10^6$ の範囲で測定した。これは、上記3領域にまたがるもので、本実験では次のように分類された。

- Sub-critical 領域： $2.5 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^5$
- Super-critical 領域： $3 \times 10^5 < Re < 7.5 \times 10^5$
- Trans-critical 領域： $10^6 < Re < 2 \times 10^6$

図9に、円柱と圧力センサー配置を示す。スパン方向に No.1 から No.17 まで直線上に配置

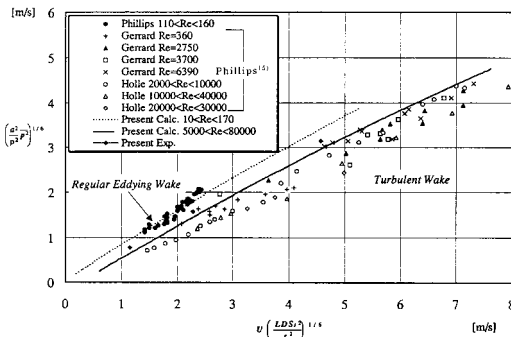


図8 円柱のエオルス音レベルの速度依存性²⁰⁾

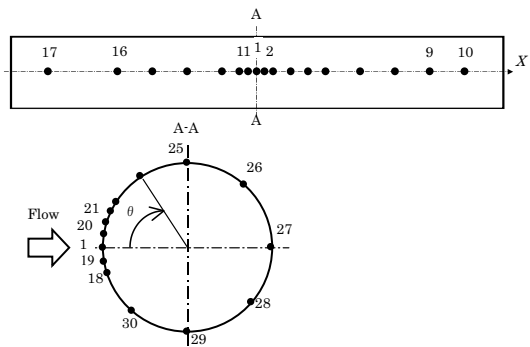


図9 円柱表面圧力センサー配置²²⁾

し、中心の円周上に No.18 から No.30 を配置した。図 10 にエオルス音のピークレベルとストロハル数 S_t のレイノルズ数に対する変化を示す。Super-critical 領域で急激にピークレベルが低下し、 S_t が 0.45 にジャンプする。ピークレベルは $Re = 5 \times 10^5$ で最低となり、その後は速度の 6 乗則以上で増加する。 S_t は、Trans-critical 領域では 0.2 に戻る。 S_t に関しては Schewe²³⁾ の報告に一致する。

図 11 に、円柱表面圧力変動（前方よどみ点から 90°）のスパン方向分布を示す。Sub 領域ではレベルが高く、スパン方向に一樣に分布しているが、super 領域ではレベルが 40 dB 程度も低下し、分布も一樣でない。 $1 < x/D < 3$ の範囲でレベルがやや高い。Trans 領域ではレベルは上昇

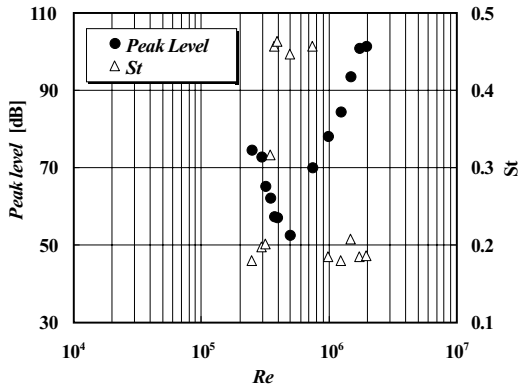


図 10 エオルス音のストロハル数とピークレベルのレイノルズ数依存性²²⁾

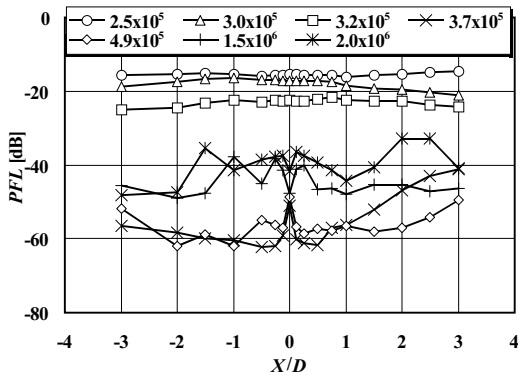


図 11 表面圧力変動のスパン方向分布²²⁾
(前方よどみ点から 90° の位置)

しているが、非一様性が強く現れている。図 12 は、表面圧力変動とエオルス音とのコヒーレンスを示す。Sub 領域では両端に向かってコヒーレンスがやや低下するものの、高い値を示しており、円柱全体からエオルス音が放射されていることが分る。Super 領域では図 11 でやや高い変動レベルを示した $1 < x/D < 3$ の範囲でコヒーレンス

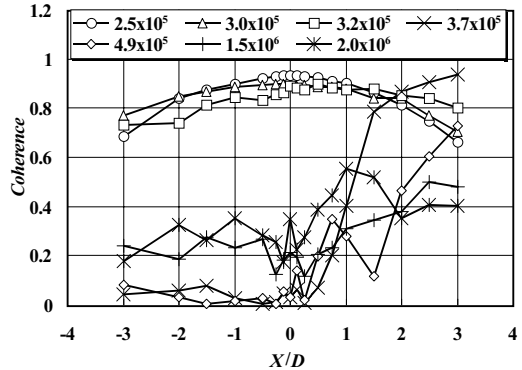


図 12 表面圧力変動とエオルス音のコヒーレンス²²⁾

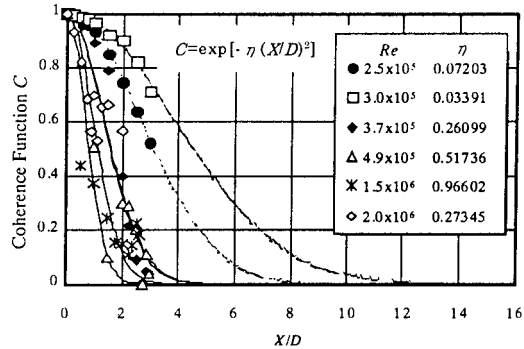


図 13 表面圧力変動のスパン方向コヒーレンス²²⁾

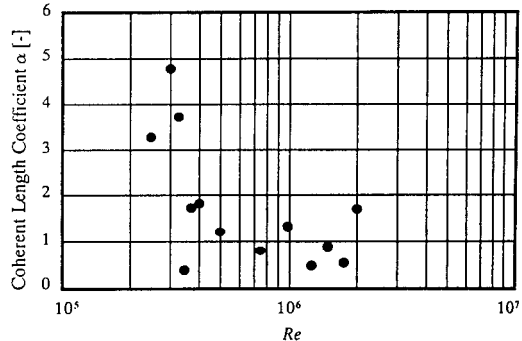


図 14 表面圧力変動の相関長さ²²⁾

がかなり高い値を示している。これは、カルマン渦の放出がスパン方向にきわめて局所的にしか発生していないことを示している。Trans領域では、全体的に低いコヒーレンスであり、表面圧力変動とエオルス音の関連性は明確ではない。

図13は表面圧力変動のNo.1センサーとスパン方向に分布したセンサー間のコヒーレンス分布を示す。図中の曲線はガウス分布近似を示す。この近似曲線のインテグラルスケールを表面圧力変動の相関長さとしみなしてレイノルズ数に対して表したのが図14である。図7においても $Re = 10^5$ の付近でやや増加しているのが見られるが、図14ではSub領域の上限である $Re = 3 \times 10^5$ 程度まで増加が続くことを示している。相関長さはSuper及びTrans領域では急に減少して、円柱直径程度である。

4.3 傾斜円柱のエオルス音

円柱を流れに対して傾斜させるとエオルス音が低減することは定性的には知られていた。山田ら²⁴⁾は、円柱傾斜角の影響を実験的に定量化した。図15に示すように、傾斜角が 0° から 5° にかけてピークレベルがやや上昇した後、 $15^\circ \sim 20^\circ$ までは急激に減少するが、それ以上の傾斜はあまり効果がないことが分る。藤田ら²⁵⁾は傾斜円柱の表面圧力変動を測定し、相関長さを測定した結果、図15に示すように、傾斜角をつけることにより相関長さが増加するが、表面圧力変動レベルの低下に伴ってエオルス音も低下することが判明

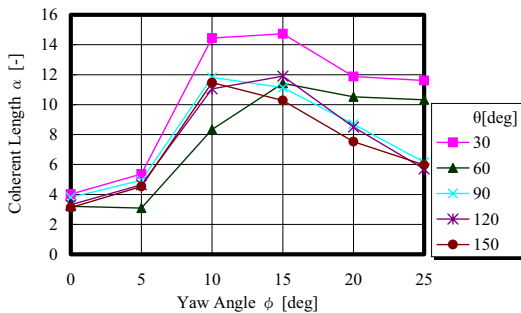


図15 傾斜円柱表面圧力変動の相関長さ²⁵⁾
(θ は前方よどみ点からの角度)

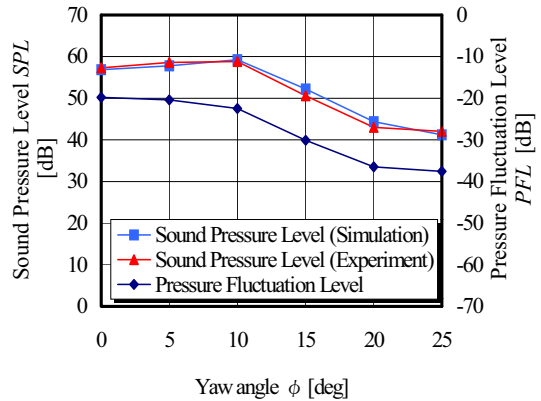


図16 エオルス音の測定値と推定値及び表面圧力変動²⁵⁾

した。図16はエオルス音レベルの実測値と表面圧力変動から求めた推定値の比較及び前方よどみ点から 90° の位置での表面圧力変動レベルを示す。 $0^\circ \sim 10^\circ$ でエオルス音レベルがやや増加しているのは相関長さの増加によるものと思われる。

5 あとがき

円柱から発生するエオルス音研究の歴史的発展と、最近の筆者を中心とした実験解析結果について述べた。これは古くから研究されたテーマであったが、過去10年ほど、新幹線のスピードアップに伴って問題となったパンタグラフの空力騒音対策の基礎研究としてリバイバルした感がある。新幹線の騒音問題はやや落ち着いたようであるが、カルマン渦による流体加振は種々の事故の原因となる可能性があり、今後とも研究のニーズは高いと思われる。

引用文献

- 1) M. M. Zdravkovich : *Flow around circular cylinders, vol. 1 : Fundamentals*, (Oxford University Press, 1997) 566-571.
- 2) V. Strouhal : On one particular way of tone generation (in German), *Annalen der Physik und Chemie (Leipzig)*, ser. 3, **5** (1878) 216-251.
- 3) Lord Rayleigh : *The theory of sound, vol. 2*

- (Macmillan, 1896) (Reprinted by Dover, 1945) 412-414.
- 4) H. Bénard : Formation of centers of circulation behind a moving obstacle (in French), *Compte Rendus Academie des Sciences* **147** (1908) 839-842.
 - 5) H. Bénard : A 'cinematographic' study of eddies and ripples produced by towed obstacles (in French), *Compte Rendus Academie des Sciences* **147** (1908) 970-972.
 - 6) Th. von Kármán : On the mechanism of drag generation on the body moving in fluid (in German), *Nachrichten Gesellschaft Wissenschaften, Göttingen Part 1*, (1911) 509-517.
 - 7) Th. von Kármán : On the mechanism of drag generation on the body moving in fluid (in German), *Nachrichten Gesellschaft Wissenschaften, Göttingen Part 2*, (1912) 547-556.
 - 8) H. Bénard : On the frequency law of alternate eddies behind an obstacle (in French), *Compte Rendus Academie des Sciences* **182** (1926) 1375-1377-842.
 - 9) L. S. G. Kovasznay : Hot wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers, *Proc. Royal Soc., London* **A198** (1949) 174-190.
 - 10) A. Roshko : On the development of turbulent wakes from vortex sheets, *NACA TR1191* (1954).
 - 11) M. J. Lighthill : On sound generated aerodynamically, I : General theory, *Proc. Royal Soc. London* **A211** (1953) 569-587.
 - 12) N. Curle : The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound, *Proc. Royal Soc., London* **A231** (1955) 504-514.
 - 13) A. Powell : Theory of vortex sound, *Journal of the Acoustical Society of America* **36** (1964) 177-195.
 - 14) M. S. Howe : Contribution to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute, *J. Fluid Mech.* **71** (1975) 625-673.
 - 15) O. M. Phillips : The intensity of Aeolian tones, *J. Fluid Mech.* **1** (1956) 607-624.
 - 16) J. H. Gerrard : An experimental investigation of the oscillating lift and drag of a circular cylinder shedding turbulent vortices, *J. Fluid Mech.* **11** (1961) 244-256.
 - 17) 藤田肇 他 4 名 : 二次元モデルから発生する空力騒音の実験的研究 (第 1 報, 風洞測定部壁面の端板効果と壁面材料の検討), *機械学会論文集* **B62** (1996) 187-193.
 - 18) A. Roshko : Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* **10** (1961) 345-356.
 - 19) 飯田明由 他 3 名 : 空力音の発生機構に関する実験解析 (第 1 報, 円柱表面圧力変動の空間構造について), *機械学会論文集* **B61** (1995) 4371-4378.
 - 20) 飯田明由 他 3 名 : 空力音の発生機構に関する実験解析 (第 2 報, 表面圧力変動と空力音の相互相関について), *機械学会論文集* **B62** (1996) 4160-4167.
 - 21) 藤田肇 他 4 名 : 臨界レイノルズ数領域におけるエオルス音, *機械学会講演論文集* **98-15** (1998) 79-80.
 - 22) 鈴木英明 他 3 名 : 臨界レイノルズ数領域におけるエオルス音と円柱表面圧力変動の相関長さ, *機械学会講演論文集* **99-1-1** (1999) 495-496.
 - 23) G. Schewe : On the force fluctuations acting on a circular cylinder in cross-flow from subcritical to transcritical Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* **133** (1983) 265-285.
 - 24) 山田彰二 他 4 名 : 二次元モデルから発生する空力騒音の実験的研究 (第 2 報, 円柱の傾斜角度と角柱の迎え角の発生音への影響), *機械学会論文集* **B63** (1997) 1974-1979-193.
 - 25) 藤田肇, 古谷弘 : 傾斜円柱のエオルス音と表面圧力変動について, *機械学会講演論文集* **99-19** (1999) 177-178.